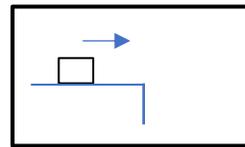
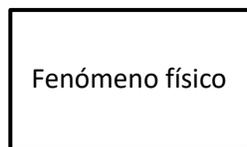


ESTÁTICA Y DINÁMICA

ENERGÍA

J.R. Martínez

En la sección anterior manejamos el concepto de sistema, mismo que aplicamos al objeto de estudio sobre el cual se presentan procesos de interacción, ya sea un objeto en movimiento o en reposo sujeto a interacciones de contacto y de largo alcance, a través de la interacción gravitacional. En esta sección extendemos el sistema a la totalidad de elementos que aparecen en la descripción de la situación física, no sólo el objeto. De esta manera podemos representar el sistema como una entidad limitada donde al interior de este suceden los fenómenos físicos de movimiento. Esta limitación la representamos con un cuadro cerrado. Dentro de él sucede el fenómeno físico. Por ejemplo, un bloque moviéndose sobre una mesa, que se ejemplifica a la derecha.



Nuestro primer objetivo será el poder definir el sistema y diferenciar sobre procesos que ocurren dentro del sistema y aquellos que quedan fuera del sistema. Por supuesto este proceso es arbitrario y consiste en delimitar el fenómeno en el Universo, separando así aquella fracción del Universo que tiene que ver directamente con el fenómeno y aquella fracción que no influye de manera directa. Separamos así el sistema del resto del Universo.

En el ejemplo de arriba, donde tenemos el objeto moviéndose sobre una mesa, estos elementos constituyen el sistema y por ejemplo, un automóvil que pasa por la calle es parte del resto del Universo, además de la multitud de fenómenos presentes en ese momento en cualquier otra parte del Universo, la Luna girando alrededor de la Tierra, etc.

La energía total del Universo es una constante, lo cual es un principio fundamental en la física; sin embargo, en el sistema la energía de este no necesariamente será constante, la energía, dependerá, de los procesos de interacción que suceden en el sistema.

En caso de la que la energía del sistema cambie, la energía del resto del Universo, la energía fuera del sistema, cambiará de tal forma que la energía total del Universo se mantenga constante, de tal suerte que si la energía del sistema aumenta entonces la del resto del universo disminuirá en la misma proporción, y viceversa.

En la unidad anterior definimos las cantidades de energía de movimiento y de posición en el campo gravitacional como energía cinética y energía potencia, la primera depende de la velocidad a la que se mueve el objeto de masa m , $mv^2/2$, y la segunda con la posición que guarda el objeto en el campo gravitacional, mgh , donde h es la posición en el campo, que se manifiesta con una altura, medida respecto a un punto de referencia, por ejemplo, el piso o cualquier otra altura arbitraria. De esta manera la energía de potencia asume el valor dado por el observador. Si en el sistema suceden fenómenos donde sólo entran en juego estos aspectos energéticos, entonces la energía del sistema será la energía cinética más la energía potencial del sistema. $E = E_c + E_p$, y está en función de ellos objetos energéticos que se definen en el sistema. Por ejemplo, si en el sistema tenemos tres objetos moviéndose, la energía del sistema será la energía cinética de cada uno de ellos más su energía potencial, también de cada uno de ellos. $E = E_{c1} + E_{c2} + E_{c3} + E_{p1} + E_{p2} + E_{p3}$.

En los sistemas mecánicos, los objetos en movimiento y su posición en el campo gravitacional, no son los únicos elementos energéticos, existen también elementos elásticos, como ligas o resortes cuya energía se manifiesta por la compresión o alargamiento de estos elementos, los cuales pueden interactuar con objetos en movimiento, alterando así la energía elástica de estos elementos. Al comprimir un resorte con un objeto en movimiento la energía del objeto puede transferirse al resorte, produciendo una compresión en el mismo, cambiando así su energía elástica. La cantidad de energía asociada a un objeto elástico está en función de su compresión o alargamiento y depende, como en el caso del movimiento de una cantidad al cuadrado, en este caso de la compresión o alargamiento, mientras que en el movimiento depende de la velocidad al cuadrado, o sea el cuadrado de la variación de la posición. A esta energía se le denomina energía potencial elástica $E_e = kx^2/2$, donde k , es una constante que depende del material elástico. Las cantidades de energía como hemos visto son cantidades escalares.

Comprimir o elongar, alargar, un cuerpo elástico requiere de un proceso de interacción, que como hemos visto es mediado con un mecanismo, el cual se representa por una fuerza. En este caso la fuerza, que por lo regular es de contacto, implica el proceso de alargamiento, o elongación, o el de compresión donde a través de la interacción una fuerza estira o apachurra, comprime al objeto elástico, por ejemplo, un resorte, la cantidad de compresión o elongación del resorte, dependerá de su naturaleza material, indicada por el valor de la constante elástica k , y de la magnitud de la fuerza que media el proceso de interacción. Estos experimentos empíricos fueron realizados por Hooke y se denomina ley de Hooke de compresión del resorte, donde la fuerza es $F=-kx$, siendo x , la elongación o compresión del resorte, cuyo signo depende de la elección del cero de energía, por lo que se le denomina potencial, como el caso gravitacional que se mide de la misma manera.

La energía del sistema, la enfocamos en los aspectos mecánicos, y le denominamos energía mecánica del sistema. De esta manera la energía mecánica total del sistema es la energía

cinética de movimiento total del sistema, más la energía potencial total del sistema, más la energía elástica total del sistema, $E = E_{CT} + E_{pT} + E_{eT}$. Esta energía del sistema puede conservarse o no, dependiendo de los procesos de interacción que tienen lugar, como los enfocamos a aspectos mecánicos, aquellos procesos que no se consideren mecánicos quedarán fuera del sistema y si intervienen en los procesos internos del sistema entonces la energía del sistema no se conservará, mientras que si no existen procesos a considerar fuera del sistema entonces la energía del sistema debe de conservarse.

De esta manera en un sistema la energía se conserva, sí, esta es meramente mecánica y involucra procesos de interacción internos al sistema, mientras que no se conservará si existen procesos de interacción que queden fuera del sistema, por lo regular, procesos que implican manifestaciones de energía no mecánicas.

Suelen denominarse sistemas conservativos a aquellos sistemas donde se conserva la energía mecánica del sistema y no conservativos a aquellos donde no se conserva la energía mecánica del sistema. Independientemente del tratamiento del sistema, la energía total del Universo debe conservarse el cual es un principio fundamental de la naturaleza.

Sistema conservativo $E = \text{constante}$ $\Delta E = 0$	Sistema no conservativo $E \neq \text{constante}$ $\Delta E \neq 0$
--	---

Estos principios básicos de los sistemas, nos permiten analizar energéticamente el comportamiento del sistema y obtener los estados físicos correspondientes, al igual que se ha hecho en las unidades anteriores.

Nuestros modelos físicos, son así los modelos pictóricos que nos permiten distinguir procesos de interacción que pertenecen o no pertenecen al sistema y clasificar el sistema como conservativo o no conservativo, pidiendo siempre se cumpla el principio fundamental de que la energía total del Universo no se altere, permanezca constante.

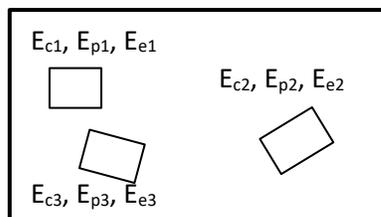
Nuestro análisis, en esta unidad, consiste en determinar la energía de los objetos energéticos en el sistema y evaluar sus procesos de interacción como dentro o fuera del sistema. Si están dentro del sistema la energía mecánica del sistema se conserva y si están fuera del sistema la energía no se conserva y su cambio debe de balancearse con la ganancia o pérdida de energía del resto del Universo a fin de que ésta se conserve.

Cuando se manifiesta en el objeto cuyo movimiento analizamos, un cambio en su energía interna, por ejemplo, si se enfría o se calienta el objeto debido a los procesos de interacción en los que intervino, decimos que se manifiesta una energía no mecánica asociada al calor,

que por lo pronto le llamamos energía interna, que no es mecánica, este tipo de proceso suele considerarse como procesos fuera de nuestro sistema mecánico que tenemos bajo análisis, y conlleva a tener sistemas no conservativos. Situaciones de este tipo son comunes y suceden en procesos de interacción donde la interacción por fricción está presente. La fricción produce calor en los objetos y superficies donde se manifiesta, aumentando la energía interna de los objetos a expensas de sus energías mecánicas, así la no conservación energética en estos sistemas implica que la pérdida en energía mecánica se manifiesta como un aumento en la energía interna de los objetos. Esta energía físicamente no la medimos, pero podemos inferirla a través del análisis mecánico del sistema, simplemente su valor depende de la energía mecánica perdida o ganada por el sistema, según el caso.

Lo mismo sucede, si eventualmente un agente mecánico externo al sistema ya definido entra en acción. El sistema se considerará no conservativo y este agente, a pesar de ser mecánico formará parte de lo que sucede fuera del sistema. Su energía asociada es parte de la energía que se encuentra fuera del sistema.

Así, para cada objeto definido en el sistema, debemos saber calcular sus energías mecánicas asociadas, la de movimiento (energía cinética) su energía potencial (posición en el campo gravitacional) y su energía elástica su capacidad para estirarse o comprimirse.



$$E_T = E_{cT} + E_{pT} + E_{eT}$$

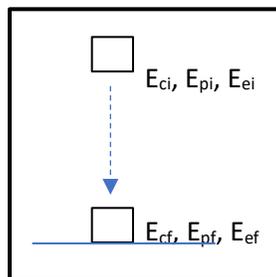
$$E_T = E_{c1} + E_{c2} + E_{c3} + E_{p1} + E_{p2} + E_{p3} + E_{e1} + E_{e2} + E_{e3}$$

$$\Delta E_T = 0 \quad \text{o} \quad \Delta E_T = \Delta E_{\text{interna}} = T_{\text{Fnc}}$$

En un sistema conservativo el cambio de energía dentro del sistema es nulo, lo que significa que los cambios de energía al interior del sistema se suceden entre cambios de sus energías cinética, potencial y elástica, cambiando de tal forma que la energía total es cero. Mientras en el sistema no conservativo suceden cambios de energía que incluyen interacciones con sistemas fuera del sistema en consideración (resto del Universo) o cambios en la energía interna del sistema, que al no ser mecánica se considera como un cambio no compensado mecánicamente dentro del sistema. Este cambio es igual al trabajo realizado por las fuerzas no conservativas que lo producen, por ejemplo, la fuerza de fricción que produce calor al interior del objeto y de la superficie por la que se desplaza el objeto. Finalmente, este es un artificio para el análisis de los sistemas físicos, en realidad la energía al interior del sistema se conserva si consideramos la energía interna de los objetos en la dinámica del propio sistema.

Un primer paso en la estrategia de estudio y análisis de fenómenos físicos bajo un enfoque energético es la definición del sistema y los elementos que forman parte del sistema y de los cuales contribuyen a la cuantificación de la energía contenida en el sistema, que permite la evolución dinámica del mismo. Como ejemplo consideremos la siguiente situación simple: un objeto que se deja caer de cierta altura.

En este caso el sistema lo constituye el propio cuerpo que cae. El mecanismo por el cual comienza a caer lo dejamos fuera del sistema, que puede ser una persona que lo suelta. Nuestro análisis comienza, entonces, justo en el momento que comienza a caer el objeto y termina en el momento que toca el piso, o cualquier otro punto, que lo define la situación problemática que se planteó, como veremos más adelante en otro ejemplo.



En el diagrama del sistema tenemos indicados los puntos iniciales y finales del caso de estudio, para los cuales etiquetamos las energías mecánicas correspondientes. En este sistema no intervienen interacciones de contacto y el objeto se mueve por la acción de la interacción gravitacional, una interacción de largo alcance que implica la presencia de fuerzas gravitacionales que se consideran conservativas. De esta manera el sistema es conservativo y la energía total del mismo no debe de cambiar, aunque existan cambios en el proceso de algunas de sus energías mecánicas particulares, ya sea la cinética, la potencial gravitacional, o la potencial elástica.

En el punto inicial cuando el objeto comienza a caer, su energía cinética es cero, en virtud de que su velocidad inicial es cero. Mientras su energía potencial depende del cero de energía potencial que seleccionemos. Sí medimos la energía potencial usando el piso como referencia o cero de energía potencial, entonces su energía potencial gravitacional será: mgh , donde h es la distancia desde el piso al lugar donde se deja caer el objeto. Su energía potencial elástica medida en el contorno del propio cuerpo será cero, no se encuentra deformado, y supondremos que en todo el proceso no se deformará, ya sea presentando compresión o estiramiento, esto es, consideramos el objeto como un cuerpo totalmente sólido y rígido. De esta manera la energía del sistema es constante y por lo tanto la energía total en el inicio es igual a la energía total en el punto final. Lo que tenemos en este caso es:

$$E_T = \text{constante}$$

$$\Delta E = 0 = E_{Tf} - E_{Ti} = 0$$

$$E_{Tf} = E_{Ti}$$

$$E_{Ti} = E_{ci} + E_{pi} + E_{ei}$$

$$E_{Tf} = E_{cf} + E_{pf} + E_{ef}$$

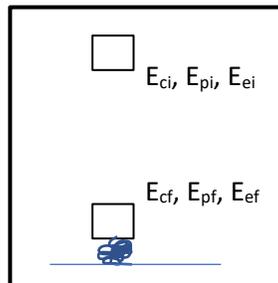
donde: $E_{ci} = 0$; $E_{ei} = 0$; $E_{pi} = mgh$; $E_{cf} = mv_f^2/2$; $E_{pf} = 0$; $E_{ef} = 0$

Por lo que nuestra ecuación queda, como:

$$mv_f^2/2 = mgh$$

Con la cual podemos hacer ciertos cálculos, respecto a las cantidades físicas involucradas, como, por ejemplo, calcular la velocidad a la que el objeto llega al piso, o sea, su velocidad final. La cual es $v_f = (2gh)^{1/2}$.

Como segundo ejemplo, consideremos el caso analizado anteriormente, pero provisto de un resorte de longitud, L , sobre el cual cae el objeto, comprimiendo el resorte una distancia x .



Medimos como en el caso anterior, y para el resorte su cero de energía elástica lo tomamos cuando no está comprimido. En este caso tenemos dos objetos energéticos, el bloque y el resorte, al que consideramos que no tiene masa, como suele procederse como aproximación en este tipo de casos. Por lo que el resorte sólo puede contribuir energéticamente con su energía elástica, lo cual repetimos, es una aproximación, mientras que el objeto rígido contribuye energéticamente con energía de movimiento y de posición en el campo gravitacional.

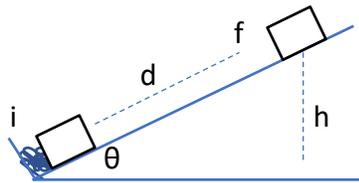
En este caso, nuevamente la energía se debe conservar pues no existen interacciones que impliquen fuerzas no conservativas y en todo punto del sistema la energía debe de ser la

misma. En particular en el punto final, que ahora no está en el piso si no a una altura $L-x$, la ecuación de energía total nos queda:

$$mgh = mv_p^2/2 + mgL = mg(L-x) + kx^2/2$$

considerando en el análisis el punto p , cuando el objeto entra en contacto con el resorte sin comprimir.

Finalmente consideremos la siguiente situación: Un objeto de masa m sobre un plano con inclinación θ respecto a la horizontal es comprimido sobre un resorte con constante elástica k , en el extremo inferior del plano inclinado. Si se suelta el objeto cuál es la distancia que recorrerá sobre el plano antes de detenerse. Considere a) el plano sin fricción y b) con un coeficiente de fricción cinética μ .



En este caso nuestro sistema contiene dos objetos energéticos, el bloque y el resorte, nuevamente suponemos que el resorte no contiene masa y que el objeto es rígido. En el inciso a) cuando no existe coeficiente de fricción entre el objeto y el plano, tenemos que las fuerzas involucradas son conservativas por lo que la energía mecánica se conserva.

La energía total mecánica en el punto i es igual a la energía mecánica total en el punto f . Tomamos como punto cero de energía potencial el punto en la posición i , y el cero de la energía elástica del resorte cuando no se encuentra comprimido ni elongado. La ecuación nos queda:

$$E_{Ti} = E_{Tf}$$

$$kx^2/2 = mgh$$

De aquí la altura a la que llega el objeto es: $h = kx^2/2mg$. La distancia que recorre antes de detenerse es: $d = h/\text{sen } \theta = kx^2/(2mg \text{sen } \theta)$

Para el inciso b), donde existe un coeficiente de fricción diferente de cero y con valor μ . La ecuación de energía se ve transformada en virtud de que la presencia de una fuerza de fricción implica la presencia de fuerza no conservativa por lo que la energía mecánica total

no se conserva, el cambio en esta energía es diferente de cero y es igual al trabajo realizado por la fuerza no conservativa, en este caso la fuerza de fricción, así:

$\Delta E_T = T_f = \mathbf{d} \cdot \mathbf{f} = d\mu N \cos 180^\circ$, donde la fuerza normal en este caso es: $N = mg \cos \theta$, así el trabajo realizado por la fuerza de fricción es $T_f = -d\mu mg \cos \theta$, de esta manera el cambio de energía nos queda:

$$\Delta E_T = E_{Tf} - E_{Ti} = -d\mu mg \cos \theta$$

$$mgh - kx^2/2 = -d\mu mg \cos \theta$$

$$mg d \sin \theta - kx^2/2 = -d\mu mg \cos \theta$$

$$dmg(\sin \theta + \cos \theta) = kx^2/2$$

$$d = kx^2/[2mg(\sin \theta + \cos \theta)]$$

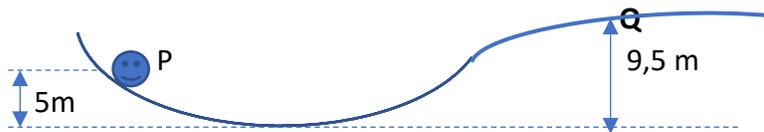
Problemas

1. Un esquiador comienza a descender sobre una colina nevada a 15° de inclinación que tiene una altura de 200 m. Desafortunadamente el esquiador no sabe cómo detenerse. Cuando llega al final de la colina nevada, continúa moviéndose horizontalmente sobre un camino de concreto del estacionamiento. La nieve no presenta fricción, pero el coeficiente de fricción entre los esquíes y el concreto es 0.60. ¿Qué tan lejos avanza el esquiador en el estacionamiento antes de detenerse?
2. Un plano inclinado tiene 13 m de largo y su base 12 m. Un cuerpo de 0.80 Kg de masa resbala desde arriba con una velocidad inicial de 100 cm/seg. ¿Cuáles son su velocidad y su energía cinética al llegar al final del plano?
3. Un bombardero B52, vuela horizontalmente a 270 Km/hora. Lleva una bomba de 10 Kg de masa que es soltada. Si el avión está a 100 metros de altura, calcular a) La energía cinética inicial de la bomba, b) su energía potencial inicial, c) su energía total, d) su velocidad al llegar al suelo, e) sus energía potencial y cinética, 10 segundos después de haber sido soltada.
4. Con una fuerza horizontal de 150 N se empuja una caja de 40 Kg, 6 metros sobre una superficie horizontal rugosa. Si la caja se mueve a velocidad constante, encuentre a) el trabajo realizado por la fuerza de 150 N, b) la energía cinética perdida debida a la fricción, c) el coeficiente de fricción cinético.

5. Un electrón acelerado en un tubo de televisión llega a la pantalla con una energía cinética de 10,000 eV ¿Cuál es la velocidad del electrón cuando llega a la pantalla?
6. Se tiene sostenido un bloque de 1 Kg colocado sobre una mesa está conectado por una cuerda sin masa y sin fricción a un bloque de 2 Kg que cuelga fuera de la mesa a una altura de 1 metro sobre el piso. Si los bloques se sueltan (dejan de sostenerse) ¿cuál es la velocidad del bloque de 2 Kg cuando pega con el piso?
7. Una masa de 3.0 Kg parte del reposo y se desliza una distancia d por una pendiente sin fricción de 30.0° . Mientras se desliza hace contacto con un resorte no deformado de masa despreciable. La masa se desliza 0.2 metros adicionales cuando alcanza momentáneamente el reposo y comprime el resorte ($k= 400 \text{ N/m}$). Encuentre la separación d entre la masa y el resorte.
8. Se tiene sostenido un bloque de 1 Kg colocado sobre una mesa está conectado por una cuerda sin masa y sin fricción a un bloque de 2 Kg que cuelga fuera de la mesa a una altura de 1 metro sobre el piso. Si los bloques se sueltan (dejan de sostenerse) ¿cuál es la velocidad del bloque de 2 Kg cuando pega con el piso?
9. Un plano inclinado tiene 13 m de largo y su base 12 m. Un cuerpo de 0.80 Kg de masa resbala desde arriba con una velocidad inicial de 100 cm/seg. ¿Cuáles son su velocidad y su energía cinética al llegar al final del plano?
10. Una masa de 2 Kg colgada de un hilo de 1 metro de longitud, es desplazada en 30° de la vertical y entonces es soltada. Hallar su velocidad cuando la cuerda forma un ángulo de 10° con la vertical, tanto en el mismo lado como en el opuesto.
11. Un bloque es colocado en lo alto de una rampa de 30° sin fricción que tiene un metro de altura. Cuando el bloque es soltado, este se desliza hacia abajo por la rampa. Al final de la rampa el bloque se desliza sobre la superficie horizontal en donde desacelera 1 m/s^2 . ¿Qué tan lejos viaja el bloque sobre la superficie horizontal antes de pararse?
12. Una fuerza horizontal de 25 N se aplica a un bloque de 4 Kg, inicialmente en reposo sobre una mesa rugosa horizontal. El coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y la mesa es 0,35. Determinar a) el trabajo externo sobre el sistema bloque-mesa, b) la energía disipada por rozamiento, c) la velocidad después de haber sido empujado a lo largo de una distancia de tres metros y d) la velocidad del bloque después de este recorrido.
13. Un bloque de 4 Kg cuelga de una cuerda ligera que a través de una polea sin rozamiento está conectada a un bloque de 6 Kg que descansa sobre una plataforma rugosa. El coeficiente de rozamiento cinético es de 0,2. El bloque de 6 Kg se empuja contra un muelle,

al cual no está sujeto. El muelle tiene una constante de fuerza de 180 N/m y se comprime 30 cm. Determinar la velocidad de los bloques cuando el muelle se libera y el bloque de 4 Kg cae una distancia de 40 cm.

14. Tres expedicionarios viajan por tierras del norte totalmente heladas. Uno de ellos experimenta una ceguera producida por el reflejo de la nieve y otro le conduce cogiéndole del brazo. Más atrás, el tercer compañero sufre una caída y se desliza por la superficie sin rozamiento del valle de un río helado. Si el punto Q está 4,5 m por encima del punto P, en donde el compañero está cayendo a una velocidad v_0 por la pendiente, ¿cómo se describiría esta situación al compañero ciego si a) $v_0 = 2$ m/s, b) $v_0 = 5$ m/s, c) ¿Cuál debe ser la velocidad inicial mínima para que el viajero que sufrió la caída alcance el punto Q?



15. En el salto de *bungee*, una persona salta desde la plataforma con una cuerda especial atada a sus tobillos. La longitud de la cuerda sin estirar es de 25 m y el peso de la persona es de 700 N. La plataforma está a 36 m sobre la superficie de un río. Calcule la constante de fuerza requerida para que la persona se detenga, de manera segura, a 4,0 metros arriba del río.