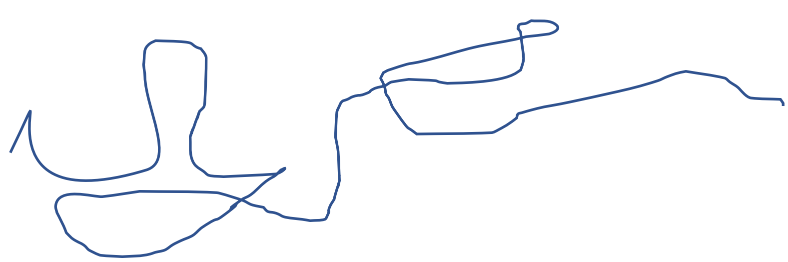
ESTÁTICA Y DINÁMICA
ESTADOS DE MOVIMIENTO

J.R. Martínez

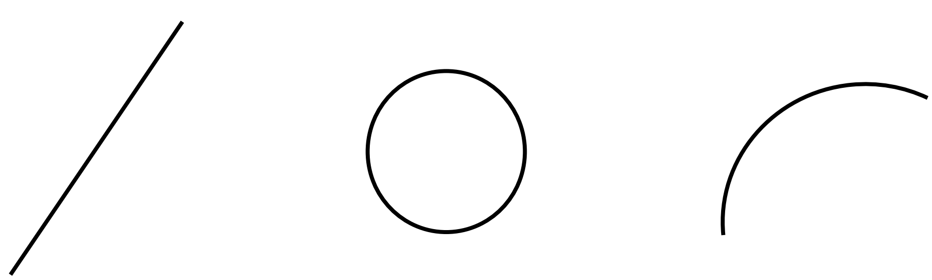
En esta unidad comenzaremos estudiando fenómenos físicos relacionados con el movimiento, fenómenos que suceden a nuestro alrededor y de los cuales de cierta forma estamos familiarizados, pues el movimiento es un fenómeno sumamente común. Para su estudio, simplificaremos nuestros casos de estudio a aquellos movimientos mas sencillos de analizar. Este proceso es un proceso común en el análisis científico, la simplificación con el fin de entender el comportamiento de un sistema físico y del cual podamos generalizar a casos más complicados. De esta manera los casos de movimientos complejos que suceden a nuestro alrededor, podremos entenderlos en la medida que podamos comprender el comportamiento de sistemas de movimiento más simples.

Este proceso de simplificación será en dos aspectos. El primero tiene que ver con el tipo de trayectorias del movimiento de un objeto cualquiera. De todas ellas nos enfocaremos en aquellas que se reducen a un plano. Por trayectoria, queremos decir, el trazo (huella) que deja un objeto al moverse.

Esta primera simplificación, reduce, de los tipos de movimientos, sólo aquellos que forman una trayectoria que deja trazos en esta hoja. Movimiento en un plano.

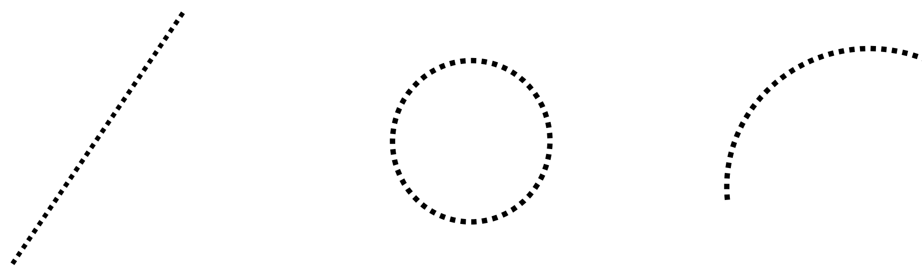


La segunda simplificación, en cuanto a trayectorias, será considerar solamente trayectorias que forma un objeto moviéndose que sean de las formas geométricas correspondientes a una recta, un círculo y una parábola.



Estas trayectorias, como cualquier curva, pueden ser representadas por una función continua. La trayectoria seguida por el objeto al moverse indica que el objeto recorrió todos y cada uno de los puntos de la curva correspondiente.

El movimiento del objeto puede ser tratado entonces usando matemáticas de cálculo diferencial e integral. Aquí, incluimos otra simplificación para su análisis. Sobre las trayectorias usaremos puntos discretos con el fin de que su tratamiento pueda realizarse con herramienta matemática correspondiente al algebra. Una manera es, considerar en lugar de la curva continua, una curva construida con puntos, una curva discreta.



La siguiente simplificación tiene que ver con los observables o cantidades físicas que asociaremos a un sistema de movimiento para su caracterización. Esto es, aquellos parámetros físicos que influyen en el movimiento del objeto, los cuales son muy variados. La máxima simplificación la tendríamos si nos quedamos con el parámetro, observable o cantidad física "posición" (**p**), midiendo cómo se comporta la posición, podemos describir el movimiento del objeto al transcurrir el tiempo. La posición es una cantidad vectorial, la cual debe estar referida a un sistema de referencia. Lo común es usar sistemas de referencia cartesianos (direcciones ortogonales, vertical y horizontal).

De esta manera las cantidades físicas con las que podemos describir el movimiento del objeto serían, la posición y el tiempo: **p**, t, las cuales están relacionadas entre sí, o sea al transcurrir el tiempo la posición del objeto es tal que deja una traza discontinua de forma de una recta, circulo o parábola, según nuestra simplificación. Cada punto indica la posición del objeto en un cierto instante de tiempo.

La manera general de escribir esa relación entre **p** y t es:

$$f(\mathbf{p},t)$$

Que correspondería a una de las trayectorias curvas que hemos indicado arriba.

Enriqueciendo la descripción, incorporando más información necesaria del movimiento, por ejemplo, que tan rápido cambia la posición, o cual es la razón de cambio del cambio e la rapidez de la posición. Lo cual nos indica que esa información puede asociarse con otros observables o cantidades físicas. Así construimos la cantidad de velocidad y aceleración. Todas ellas obtenidas a partir de la posición. Cambio en la posición, $\Delta\mathbf{p}$ y le llamamos desplazamiento. ¿Qué tan rápido cambia la posición?, la escribimos como $\Delta\mathbf{p}/\Delta t$ y la definimos como velocidad, que es una cantidad vectorial **v**, y la razón de cambio de esta rapidez la definimos como aceleración $\Delta^2\mathbf{p}/\Delta t^2$ ó $\Delta\mathbf{v}/\Delta t$.

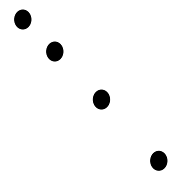
Estas definiciones de velocidad y aceleración, son definiciones operacionales, que al mismo tiempo se usan de correlaciones determinantes (ver material Análisis dimensional), pues a través de ellas incorporamos las unidades derivadas de la posición, por ejemplo en el sistema MKS, las unidades de la velocidad son metros / segundo (m/s) y, de aceleración metro sobre segundo al cuadrado (m/s^2).

Así, de la simplificación vamos generalizando, y de tener una cantidad física, además del tiempo para describir el sistema de movimiento, ahora tenemos tres cantidades físicas y el propio tiempo, que es el parámetro con el cual observamos estas cantidades físicas. Para la descripción del movimiento tenemos entonces como observables, el desplazamiento, la velocidad, la aceleración y el tiempo, **d**,**v**,**a**,t. Tres cantidades vectoriales y una cantidad escalar. La descripción del movimiento se da por la relación entre ellas: f(**d**,**v**,**a**,t).

En la descripción del movimiento, ¿cómo se comporta una cantidad física en términos de las otras cantidades físicas?, por ejemplo, la velocidad en términos de las otras cantidades. Lo escribimos como, **v**=f(**d**,**a**,t); esta relación para que sea una relación física debe de cumplir con que sea dimensionalmente correcta, numéricamente correcta y direccionalmente correcta, que se vio en la unidad anterior. O sea el valor numérico de la velocidad es el valor numérico de la función, las unidades de la función deben de ser las unidades de la velocidad y la dirección de la velocidad es la dirección de la función, y por función se entiende una relación algebraica entre las cantidades, **d**,**a** y t.

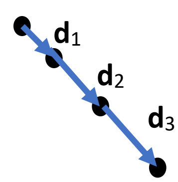
Con estas simplificaciones estamos listos para comenzar la descripción de los estados de movimiento de un objeto que sigue una trayectoria recta. La descripción la completamos en la medida que digamos cómo se comportan en el tiempo los observables o cantidades físicas de desplazamiento, velocidad y aceleración al transcurrir el tiempo, o se al transcurrir el movimiento del objeto.

Para su análisis usaremos modelos físicos y modelos matemáticos para la representación del movimiento real. La primera consideración en los modelos, es considerar el objeto que se mueve desprovisto de sus condiciones físicas generales, como forma, color, materiales, etc., la manera de hacerlo es reducir el objeto a un simple y vulgar punto, donde se concentren todas aquellas propiedades del objeto, así si es una mosca o un automóvil el objeto que se mueve y del cual queremos describir su movimiento, a éste lo reducimos a un punto ● , que se moverá de acuerdo a su trayectoria dejando un rastro de puntos observados a iguales intervalos de tiempo. Esta es la base de construcción del modelo físico con el cual podemos describir el comportamiento de las cantidades físicas de manera geométrica. Por ejemplo, un objeto se mueve de tal manera que describe una trayectoria recta, moviendo cada vez más rápido y de forma uniforme en su rapidez de cambio conforme describe su trayectoria. Lo dicho en palabras lo modelamos físicamente como:



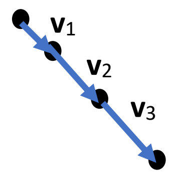
La trayectoria está representada por puntos que representan la posición del objeto medida a iguales intervalos de tiempo, o sea, entre punto y punto transcurre siempre el mismo tiempo que independientemente de su valor podemos tomar como la unidad. EL objeto entonces se mueve de arriba hacia abajo. En la gráfica de arriba tenemos entonces representada la posición y el tiempo y la gráfica corresponde a la descripción del movimiento que se indicó más arriba. ¿Cómo son su desplazamiento, su velocidad y aceleración?

Recuerden que dada la posición y el tiempo podemos obtener esas otras cantidades usando las definiciones operacionales. El desplazamiento sería el cambio de posición en un intervalo de tiempo (que aquí entre punto y punto consideramos como la unidad) y como el objeto se mueve de arriba hacia abajo, el desplazamiento (vector) estría indicado por las siguientes flechas:

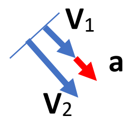


$\mathbf{d}_1$ es el desplazamiento del objeto en el primer intervalo de tiempo, $\mathbf{d}_2$ en el siguiente intervalo de tiempo y d_3 el desplazamiento del objeto en el tercer intervalo de tiempo (que consideramos como unidad, independiente de su valor).

En esa gráfica tenemos representadas las cantidades físicas, posición, desplazamiento y tiempo, pero también tenemos representadas a la velocidad y la aceleración si recordamos su definición operacional. Como el tiempo es considerado como unidad entonces la velocidad en cada intervalo de tiempo corresponde a la misma flecha que el desplazamiento, ($\mathbf{v}=\Delta\mathbf{p}/\Delta t$), si Δt es la unidad, entonces $\mathbf{v}=\Delta\mathbf{p}=\mathbf{d},$ y la dirección de la velocidad es la dirección del desplazamiento. La aceleración puede calcularse de la relación $\mathbf{a}=\Delta\mathbf{v}/\Delta t$ (t=1) entonces $\mathbf{a}= \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$, en los dos primeros intervalos de tiempo. El cálculo, lo pueden hacer con el algebra vectorial, vista en la unidad anterior.

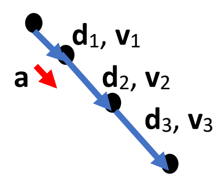


Podemos construir gráficamente la ecuación para la aceleración, cuando t=1. Así $\mathbf{a} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$, la podemos escribir como $\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_1 + \mathbf{a}$, gráficamente reconstruimos el vector v_2 a partir del vector v_1 sumándole el vector correspondiente para que de v_2, dicho vector será la aceleración. Usando propiedades de vectores.



al vector $\mathbf{v}_1$ le sumamos el vector **a**, lo que nos da $\mathbf{v}_2$

Una vez obtenidas las cantidades físicas asociadas al movimiento, la descripción del movimiento queda completo. Los estados de movimiento quedan descritos con los valores de desplazamiento, velocidad y aceleración medidos para un intervalo de tiempo, que aquí consideramos como unidad. El diagrama lo podemos completar como:



El vector aceleración obtenido se dibuja a un costado del punto que indica la posición.

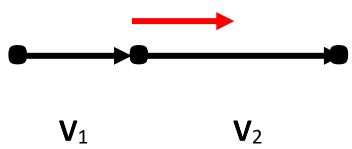
La relación f(**d**,**v**,**a**,t), o ecuaciones asociadas a esta descripción gráfica de las cantidades físicas son: **d**=f(**v**,**a**,t); **v**=f(**d**,**a**,t); **a**=f(**d**,**v**,t), para la aceleración ya vimos de su definición operacional que puede escribirse como $\mathbf{a} = (\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_i)/\Delta t$, para un intervalo de tiempo indicado como tiempo inicial y final. La ecuación puede reescribirse como: $\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_i + \mathbf{a}t$

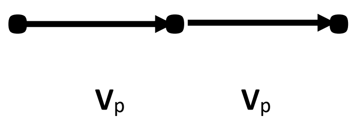
La representación gráfica constituye el modelo físico y las ecuaciones vectoriales, el modelo matemático. El modelo físico es en sí, la representación gráfica de los observables que describen el sistema físico de movimiento.

Impondremos una simplificación más. Consideraremos situaciones de movimiento en las cuales la aceleración no cambie. Esto es consideraremos sistemas que incluyen objetos que se mueven con aceleración constante, **a** = constante; la constante no es solo un número es un valor de aceleración que tiene dirección, una constante vectorial.

Podemos aumentar la descripción del movimiento, lo cual podemos hacer si incorporamos más cantidades física. Así aumentaremos el número de observables, pero sin aumentar cantidades físicas diferentes a las que ya tenemos. La forma de hacerlo es incorporar la velocidad promedio, que nos transforma el movimiento en un movimiento, que no es real, pero que describe como se comportaría el movimiento del objeto si la aceleración que se considera constante fuera cero, y el objeto se moviera con velocidad constante, aunque en la realidad no lo sea. Esto es, obtener un promedio de velocidades que son variables y varían a razón constante o sea con aceleración constante.

La flecha roja es la aceleración que si se suma vectorialmente a V_1 nos da la flecha V_2





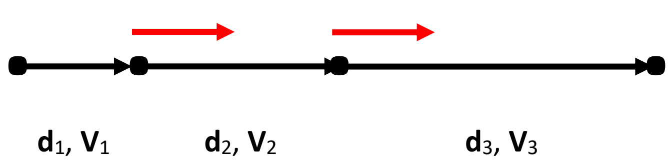
La velocidad media o velocidad promedio ($\mathbf{V}_p$) es el promedio aritmético de las velocidades en el tiempo uno y tiempo dos, $\mathbf{V}_p = (\mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2)/2$

Significa que, sí un objeto se moviera a esa velocidad, con aceleración cero, o sea sin cambiar esa velocidad, el objeto tendría el mismo desplazamiento que el movimiento real del objeto, como se ve en el diagrama anterior.

El uso de la velocidad media o velocidad promedio, es muy útil y permite escribir el conjunto de ecuaciones de las cantidades físicas que describen el movimiento, nuestro modelo matemático, f($\mathbf{d}$,$\mathbf{v}$,$\mathbf{a}$,t), para un intervalo entre los tiempos inicial (t_i) y tiempo final (t_f), donde consideramos $t = t_f - t_i$, como:

$\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_i + \mathbf{a}t$
$v^2_f = v^2_i + 2ad$, note que es una ecuación escalar
$\mathbf{d} = \mathbf{v}_i t + \mathbf{a}t^2/2$

El modelo físico correspondiente es de la forma:



La flecha roja indica la aceleración, **a.** A este modelo físico se le llama diagrama de movimiento y permite medir cualitativa y cuantitativamente las cantidades física asociadas al sistema de movimiento.

Realizar el ***ejercicio 1*** *y* ***2.*** (archivo anexo).

Ejercicio 3. Demuestre el conjunto de ecuaciones de las cantidades físicas que describen el movimiento, indicadas arriba. A partir de las ecuaciones $\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_i + \mathbf{a}t$ y $\mathbf{v}_p = (\mathbf{v}_i + \mathbf{v}_f)/2$, y el diagrama de movimiento.

Si, nuestra situación de movimiento ocurre para un valor cero de la aceleración, $\mathbf{a}$=o, entonces el conjunto de ecuaciones se reduce a:

$$\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_i$$
$$\mathbf{d} = \mathbf{v}t$$

Tenemos pues desarrollado nuestro modelo físico y nuestro modelo matemático, que son el diagrama de movimiento y el conjunto de ecuaciones, respectivamente, con los cuales podemos describir y realizar mediciones para cualquier situación de movimiento para las que se cumplan que la aceleración es constante; y el caso más simple cuando este valor de aceleración es cero.

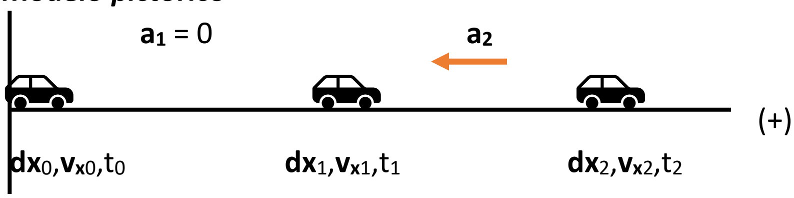
Sin embargo, los modelos adolecen de la información de la situación física real, pues al usar el concepto de partícula y reducir el objeto a un simple punto, desprovisto de forma y de las demás propiedades físicas, perdemos información de contexto, como qué tipo de objeto es, cuál es el medio en el que se mueve, qué otros objetos influyen en su movimiento, etc.

Con el fin de incluir esta información, que por lo regular se incluye cuando se les presenta un problema de movimiento que se les pide resolver, o posteriormente cuando se agreguen otras cantidades para un análisis más completo del sistema físico, se requiere usar un modelo real de la situación del movimiento, que le denominamos: modelo pictórico y que incluye el resto de la información, no contemplada en los modelos físicos y matemáticos, que tienen que ver con el fenómeno de movimiento que se analiza. Igualmente, el modelo pictórico incluye la información de cómo se realiza la observación, o sea, cómo se miden las cantidades físicas involucradas, como desplazamiento, velocidad y aceleración, así como el tiempo. Lo cual se hace, por lo regular, incorporando un sistema de referencia cartesiano calibrado para realizar las mediciones pertinentes.

El modelo pictórico incluye, pues, un dibujo del objeto en movimiento, la información de la situación de movimiento, indicada por el valor de la aceleración que en nuestro caso es constante en un intervalo de tiempo, un sistema de referencia y los parámetros físicos en términos del tiempo, conocidos y desconocidos. Como ejemplo consideremos la siguiente situación, que es un enunciado de un problema, el cual describe una situación de movimiento, con un problema asociado, o sea la solicitud de calcular algún parámetro de movimiento, planteado como problema.

Gerardo está manejando su carro, a una misma velocidad de 40 kilómetros por hora en una dirección determinada, cuando un perro se atraviesa en el camino frente a él. Gerardo aplica los frenos, y los mantiene hasta detenerse por completo recorriendo cuarenta metros. Calcular la aceleración al aplicar los frenos y el tiempo que tarda en detenerse después de aplicar los frenos.

Modelo pictórico



El modelo pictórico, sintetiza la redacción del problema de movimiento. De acuerdo con la redacción un vehículo se mueve en una sola dirección, así que dibujamos un sistema de referencia adecuado, donde el eje vertical no entre en juego, solo el horizontal que lo denotamos como "x", así el desplazamiento y la velocidad tienen la dirección x y lo denotamos como $\mathbf{dx}$ y $\mathbf{v_x}$, respectivamente. Recordar, que son cantidades vectoriales. Dibujamos el vehículo en tres instantes especiales en los cuales suceden condiciones del movimiento según la redacción, el instante etiquetado con cero, donde inicia el problema, cuando el vehículo se está movimiento con una velocidad dada, el instante uno, cuando se aplican los frenos, y el instante dos, cuando el vehículo se detiene y, el cual indica el final del problema, para estos instantes escribimos la notación de nuestras cantidades para esos instantes ($\mathbf{dx}_0,\mathbf{v}_{x0},t_0$; $\mathbf{dx}_1,\mathbf{v}_{x1},t_1$; $\mathbf{dx}_2,\mathbf{v}_{x2},t_2$). Entre los dibujos de los carros, indicamos la situación del movimiento, esto es, cómo se comporta la aceleración, en el primer intervalo $\mathbf{a_1} = 0$ y en el segundo es una aceleración constante ($\mathbf{a_2}$) que se opone al movimiento propiciando que la velocidad esté disminuyendo a partir del instante "uno". El tamaño de la flecha de aceleración indica la intensidad de la aceleración, y la orientación de la flecha su dirección, así que está indicada la información vectorial de la aceleración. El modelo pictórico representa gráficamente la redacción del problema. Todas las cantidades son medidas con el sistema de referencia y comienzan a medirse en el punto "cero" el origen del sistema cartesiano, y la dirección positiva la escogemos hacia la derecha, indicada por el vector unitario $\hat{\mathbf{i}}$.

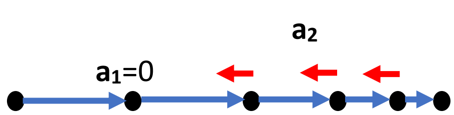
El modelo pictórico contempla, pues: a) sistema de referencia, b) dibujo del objeto en instantes claves de acuerdo con la redacción, c) situación del movimiento entre estos momentos claves (dibujo de la aceleración), d) etiquetado de cantidades física en estos instantes.

El modelo se complementa con la información conocida y desconocida de los observables o cantidades físicas del problema que aparecen en el modelo pictórico. En este ejemplo, tenemos como información cuantitativa:

Información conocida, proporcionada en la redacción:
$\mathbf{dx}_0 = 0$; $t_0 = 0$; $\mathbf{v}_{x0} = 40$ km/h $\hat{\mathbf{i}} = \mathbf{v}_{x1}$ ($\hat{\mathbf{i}}$ indica la dirección, es un vector unitario que apunta hacia la derecha, eje positivo del sistema cartesiano seleccionado de manera arbitraria, pues, sí deseamos, podemos escoger lo positivo hacia la izquierda) y la velocidad en el tiempo "dos" $\mathbf{v}_{x2} = 0$; $\mathbf{a}_1 = 0$; $(\mathbf{dx}_2 - \mathbf{dx}_1) = 40$ m $\hat{\mathbf{i}}$

La información desconocida y la que se desea calcular para la resolución del problema es:
$\mathbf{dx}_1$; t_2 ; $\mathbf{a}_2$; nos piden calcular t_2 y $\mathbf{a}_2$. Estos valores como se verá más adelante suelen colocarse en un recuadro de información que acompaña al modelo pictórico.

El modelo físico (diagrama de movimiento) es:



La flecha roja colocada a un costado de los puntos que indican la posición es la aceleración, en el primer punto su valor es cero y en cuanto se aplican los frenos (punto dos) tiene esa dirección y un cierto valor que no conocemos. Las flechas azules indican, tanto el desplazamiento, como la velocidad en esos puntos. Recuerde que, para la construcción del diagrama, medimos la posición a iguales intervalos de tiempo, que es arbitrario su tamaño, pero que luego consideramos como la unidad de observación, por lo que la información del tiempo es implícita, y corresponde a la sucesión de puntos que representan la posición del vehículo, en este caso.

La situación del movimiento (valor de aceleración) nos da el conjunto de ecuaciones correspondientes, y con ellas construimos nuestro modelo matemático.

El modelo matemático, es:

Para la primera situación $\mathbf{a}_1 = 0$: $\mathbf{d} = \mathbf{v}t$
Para la segunda situación $\mathbf{a}_2 \leftarrow$:

$\mathbf{v_f} = \mathbf{v_i} + \mathbf{a}t$; $\mathbf{d} = \mathbf{v_i}t + \mathbf{a}t^2/2$; $\mathbf{v_p} = (\mathbf{v_i} + \mathbf{v_f})/2 = \mathbf{d}/t$; $v^2{}_f = v^2{}_i + 2\,ad$

Con los modelos construidos, que implica haber realizado un análisis de la situación del movimiento y por lo tanto del problema, procedemos a la resolución del problema, que puede hacerse a través del diagrama de movimiento o a través del modelo matemático. Por lo regular con la ayuda del diagrama de movimiento (modelo físico) suele usarse el modelo matemático para la resolución de un problema, por la necesidad de realizar cálculos de las cantidades físicas que piden la mayoría de los problemas.

Para la resolución del problema, establecemos nuestra estrategia de resolución algebraica que no es única. En este caso, podemos proceder de la siguiente manera, entre otras posibles.

Nos concentramos en el intervalo donde tenemos $\mathbf{a_2}$ y a partir del punto uno, en el modelo pictórico, consideramos el inicio del problema, así $t_1 = 0$, $dx_1 = 0$, $\mathbf{v_{x1}} = \mathbf{v_i} = 40\,000$ m/3600 s $\mathbf{\hat{i}}$ $\mathbf{v_{x2}} = \mathbf{v_f} = 0$, y necesitamos encontrar: $\mathbf{a_2}$ y t_2

De la ecuación para la velocidad promedio, considerando $\mathbf{v_f} = 0$, tenemos que $\mathbf{v_p} = \mathbf{v_i}/2 = \mathbf{d_2}t_2$, de esta ecuación podemos obtener el tiempo t_2, que es una de las cantidades que nos piden, la ecuación es directa y nos queda, una vez que incorporamos los valores de las cantidades conocidas, como:

$$(40\,000 \text{ m}/ 3600 \text{ s} /2)\,\mathbf{\hat{i}} = (40 \text{ m}\,\mathbf{\hat{i}}) / t_2$$

Noten, que esta ecuación cumple con las condiciones de la una relación entre cantidades físicas, la cual es dimensionalmente correcta, pues las unidades a la izquierda son m/s y las unidades de la derecha también son m/s. La ecuación también es direccionalmente correcta, la dirección de la izquierda es $\mathbf{\hat{i}}$ y, la dirección de la derecha también es $\mathbf{\hat{i}}$, lo que nos permite hacer el cálculo escalar para obtener el tiempo: $t_2 = 7.2$ s, con este valor podemos usar la ecuación: $\mathbf{v_f} = \mathbf{v_i} + \mathbf{a}t$, para encontrar $\mathbf{a_2}$, esto es: $\mathbf{a_2} = -\mathbf{v_i}/t$, sustituyendo nos queda:

$$\mathbf{a_2} = -\,(40\,000 \text{ m} /3600 \text{ s})\,\mathbf{\hat{i}} / (7.2 \text{ s}) = -\,(1.54 \text{ m/s}^2)\,\mathbf{\hat{i}}$$

Como se puede apreciar la dirección de la aceleración es ($-\mathbf{\hat{i}}$) lo que indica que apunta a la izquierda, como tenemos en nuestros modelos.

El uso del modelo matemático para la resolución de problemas permite proceder de varias maneras algebraicas; en este caso otra posibilidad es encontrar la aceleración usando la ecuación $v^2{}_f = v^2{}_i + 2\,a\,d$; la aceleración queda como $a_2 = -v^2{}_i / 2d$, en este caso obtenemos la magnitud de la aceleración, lo que nos obliga a usar el modelo físico para determinar su dirección. Con este valor calculamos el tiempo t_2, usando $-v_i / a_2$, sustituyendo encontrarán que los valores coinciden con el procedimiento anterior.

En cuestión de notación, podemos considerar que, si usamos sistemas cartesianos de referencia, sus direcciones quedan establecidas por direcciones vertical y horizontal que suelen denominarse “x” y “y”, y entonces para los desplazamientos respectivos, usamos estas letras en lugar de la d_x o d_y como vectores.

Los fenómenos de movimiento que se analizan suceden en situaciones donde está presente la interacción gravitacional, o sea fenómenos de movimientos terrestres. En este caso los sistemas están sujetos a la presencia de “gravedad”, la cual se manifiesta en situaciones en las cuales la restricción de movimiento horizontal deja de existir. Por ejemplo, en el caso del problema anterior si retiramos la superficie horizontal, el objeto no se detendrá en ella y por acción de la interacción gravitacional este caerá. La intensidad de la interacción gravitacional, que es la aceleración debida a esta interacción gravitacional, es constante y apunta siempre directamente hacía abajo, en la dirección al centro de la Tierra. Este tipo de interacción produce un movimiento que es sujeto de estudio en nuestro caso, un movimiento donde la aceleración es constante y se manifiesta como un movimiento vertical, en línea recta o como un movimiento en forma parabólica.

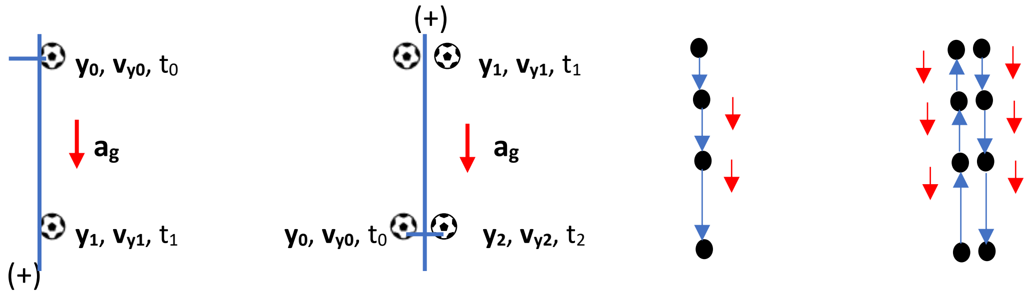
En el movimiento vertical, se estudian casos en los cuales los objetos se sueltan actuando sobre ellos la interacción gravitacional o se avientan hacia arriba, subiendo y luego bajando, siempre en presencia de esta interacción. A estos casos suele llamárseles movimiento en caída libre, pues verán que, al hacer el modelo pictórico, los objetos están “sueltos” no existen elementos que restrinjan su movimiento como el caso del piso en el problema anterior.

De manera general podemos abordar ese tipo de movimiento considerando que sucede cuando se avienta un objeto y luego se deja que se mueva libremente, sin que ningún otro elemento afecte su movimiento, más que la interacción gravitacional. En este caso tendremos un caso de movimiento con aceleración constante, cuya magnitud corresponde la intensidad de la interacción, la aceleración debida a la interacción gravitacional, que suele considerarse igual en magnitud de 9,8 m/s^2 y cuya dirección es verticalmente hacia abajo.

Un par de casos generales de movimiento vertical, lo consideramos a continuación. Considere primeramente que se suelta un objeto desde una cierta altura (caso 1). Como este objeto se encuentra en un ambiente gravitacional, está sujeto a la interacción gravitacional y éste comenzará a caer. En el otro caso (caso 2) considere que se avienta verticalmente hacia arriba el mismo objeto, este subirá y luego comienza a bajar debido, nuevamente a la interacción gravitacional que está presente en todo el intervalo de movimiento vertical. Su modelo pictórico, modelo físico lo dibujamos a continuación, junto a su modelo matemático, que son el conjunto de ecuaciones que determina analíticamente el movimiento.

Modelo pictórico — Modelo físico (diagrama de movimiento)

Caso 1 — Caso 2 — Caso 1 — Caso 2



Color de las flechas indican las cantidades
Azul: desplazamiento, velocidad; rojo aceleración

En el caso 1 tenemos para el modelo pictórico, dos puntos, el inicio de la situación cuando se suelta el objeto y el final de la situación cuando cae (puede ser al suelo), consideramos la dirección positiva hacia abajo. En el caso 2, tenemos tres puntos, el inicio justo después de que se avienta, en el punto donde cambia dirección de movimiento, que es el punto de máxima altura, y el tres cuando llega al punto final que puede ser el suelo, como ya indicamos, aquí consideramos la dirección positiva hacia arriba, para ilustrar como cambian los valores en el modelo matemático. En el caso 2, aunque el movimiento es en una dirección hacia arriba y luego hacia abajo, desplazamos el objeto para mejor visualización. Lo mismo en el caso 2 para e diagrama de movimiento en ascenso y descenso. Si se conocen los valores el diagrama de movimiento puede calibrarse, dibujando el tamaño de las flechas acorde a l magnitud de las cantidades que representan.

Realizar ***ejercicio 4.*** (archivo anexo)

El modelo matemático es el mismo conjunto de ecuaciones para ambos casos:

$\mathbf{v_f} = \mathbf{v_i} + \mathbf{a}t$; $\mathbf{d} = \mathbf{v_i}t + \mathbf{a}t^2/2$; $\mathbf{v_p} = (\mathbf{v_i} + \mathbf{v_f})/2 = \mathbf{d}/t$; $v^2_f = v^2_i + 2\,ad$, que asumen una forma particular, de acuerdo a cada caso y a la selección de dirección preferencial en el sistema de referencia.

Para ilustrar el uso del modelo matemático en conjunto con los modelos pictórico y físico, usemos una redacción para cada caso, de una situación problemática de movimiento.

Para el caso 1, consideremos la siguiente redacción: Juan se encuentra en lo alto de un edificio que tiene una altura de 5 metros, cuando deja caer un balón que llega al suelo cierto tiempo después. ¿Cuál es el tiempo que tarda en llegar al suelo?, ¿cuál es la velocidad que lleva el balón justo al tocar el piso?

Para el caso 2, tenemos: Juan lanza un balón verticalmente hacia arriba de tal manera que alcanza una altura máxima de 5 metros antes de comenzar a bajar para llegar al sitio que la lanzó Juan, ¿Cuál es el tiempo que tarda en seguir esa trayectoria?, ¿cuál es la velocidad con la que Juan lanzó el balón?

Los modelos ya están descritos, así que, con base en la redacción, usamos el modelo matemático, viendo en el modelo pictórico, qué cantidades conocemos y cuáles desconocemos, incluyendo las cantidades que nos piden calcular.

Caso 1.

Información conocida:	Información desconocida:	ecuaciones:
$y_0 = 0$	$\mathbf{v_{y0}}$	$\mathbf{v_f} = \mathbf{v_i} + \mathbf{a}t$
	$\mathbf{v_{y2}}$	$\mathbf{d} = \mathbf{v_i}t + \mathbf{a}t^2/2$
$t_0 = 0$	t_1	$\mathbf{v_p} = (\mathbf{v_i} + \mathbf{v_f})/2 = \mathbf{d}/t$
$\mathbf{y_1} = 5\text{m}\ \hat{\mathbf{j}} = +5\text{m}$	t_2	$v^2{}_f = v^2{}_i + 2\ ad$
$\mathbf{a} = \mathbf{a_g} = 9{,}8\ \text{m/s}^2\ \hat{\mathbf{j}} = +9{,}8\ \text{m/s}^2$		

El carácter vectorial ya está considerado a través de los vectores unitarios que se traducen en el signo respectivo que en este caso todas las cantidades son positivas, de acuerdo con la forma que seleccionamos nuestro sistema cartesiano. De la información desconocida, son justo las cantidades que nos piden calcular.

La estrategia matemática, no es única, pero del análisis del conjunto de ecuaciones que escribimos líneas arriba, y de las cantidades conocidas y por conocer, usamos la segunda ecuación de la lista para obtener el tiempo de caída

$\mathbf{d} = \mathbf{v_i}t + \mathbf{a}t^2/2$, donde el desplazamiento es igual a la altura del edificio $\mathbf{d}=\mathbf{y_1}$, $\mathbf{v_i} = v_{y0}$, $\mathbf{a} = \mathbf{a_g}$

nos queda así que $\mathbf{y_1} = \mathbf{a_g}t^2{}_1/2$, despejando el tiempo y sustituyendo obtenemos
$t_1 = (2\ y_1/a_g)^{1/2}$; $t_1 = [2\ (+5\text{m})\ /(+9{,}8\ \text{m/s}^2)]^{1/2}$; $t_1 = 1{,}01$ s

La velocidad con la que toca el piso se puede calcular de la primera, tercera o cuarta ecuación de la lista. Si usamos la primera obtenemos $\mathbf{v_f} = \mathbf{v_{y1}}$, $\mathbf{a} = \mathbf{a_g}$, $t = t_1$, $\mathbf{v_i} = 0$ así:

$\mathbf{v_{y1}} = \mathbf{a_g}\ t_1$, sustituyendo directamente obtenemos el valor de la velocidad del balón al llegar al piso. $\mathbf{v_{y1}} = (+9{,}8\ \text{m/s}^2)\ (1{,}01\ \text{s}) = +\ 9{,}89$ m/s, una cantidad vectorial que nos indica que apunta hacia el lado positivo del eje cartesiano, o sea hacia abajo.

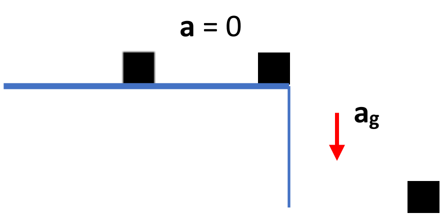
Caso 2.

Información conocida:	Información desconocida:	ecuaciones:
$y_0 = 0$	v_{y0}	$\mathbf{v_f} = \mathbf{v_i} + \mathbf{a}t$
$v_{y0} = 0$	$\mathbf{v_{y2}}$	$\mathbf{d} = \mathbf{v_i}t + \mathbf{a}t^2/2$
$t_0 = 0$	t_1	$\mathbf{v_p} = (\mathbf{v_i} + \mathbf{v_f})/2 = \mathbf{d}/t$
$\mathbf{y_1} = 5\text{m}\,\hat{\mathbf{j}} = +5\text{m}$	t_2	$v^2_f = v^2_i + 2\,ad$
$\mathbf{a} = \mathbf{a_g} = 9{,}8\text{ m/s}^2\,\hat{\mathbf{j}} = -9{,}8\text{ m/s}^2$		
$\mathbf{v_{y1}} = 0$		$t_2 = 2\,t_1$
$\mathbf{y_2} = 0$		

De las cantidades desconocidas nos piden calcular, t_2, que es el tiempo total de la trayectoria seguida y, $\mathbf{v_{y2}}$ la velocidad con la que llega al suelo el balón. Al conjunto de ecuaciones agregamos otra ecuación del tiempo pues el tiempo total de trayectoria es dos veces el tiempo que tarda en subir, de acuerdo con el diagrama de movimiento.

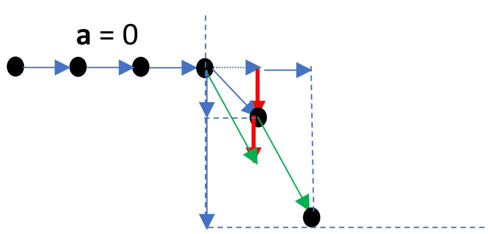
La estrategia de resolución, queda como ***ejercicio 5.***

La siguiente generalización sobre los casos de movimiento es cuando la caída del objeto sucede con movimiento que ya no es sólo vertical, sino que incluye una componente horizontal. Para considerar esta situación más general, supongamos que en lugar de dejar caer un objeto, este cae después de dejar una superficie. Por ejemplo, supongamos que un objeto se mueve sobre una superficie a velocidad constante, y al llegar al borde de la superficie el objeto cae. En este momento se manifiesta la interacción gravitacional y ésta ejerce una aceleración gravitatoria que provoca que el cuerpo caiga.



Tenemos un esbozo de modelo pictórico, con dos situaciones de movimiento dadas por a y a_g

El diagrama de movimiento lo podemos construir con estos datos y nos dará la trayectoria que seguirá el objeto.



Antes de la línea azul que indica el borde de la superficie, el diagrama de movimiento indica un movimiento horizontal a velocidad constante (**a** = 0), al llegar al borde, la aceleración ahora será $\mathbf{a_g}$ y cambiará la trayectoria de movimiento, Podemos calcular la velocidad final en ese siguiente intervalo de tiempo y nos da el punto donde se encuentra el objeto, la flecha azul sin conexión a un punto indica la velocidad que llevaría el objeto si hubiera superficie, esa es nuestra velocidad inicial y si le sumamos el vector a_g nos da la velocidad final en ese intervalo y la posición del objeto, como hemos visto más atrás.

En la construcción hemos ido sumando el vector $\mathbf{a_g}$ flecha roja a la velocidad inicial del intervalo, en la primer construcción queda directa la flecha correspondiente a la velocidad final del intervalo y en esta se dibujó la posición, la siguiente construcción se usa esta última flecha como velocidad inicial del nuevo intervalo, se le suma la $\mathbf{a_g}$ y se obtiene la nueva velocidad final que es la flecha verde y se desplaza, usando la propiedad de los vectores de moverse libremente sin cambiar su dirección ni tamaño, para ubicar el punto de posición subsecuente.

Mantuvimos las flechas azules horizontales unidas al punto de posición en línea a trazos para ilustrar las proyecciones a la dirección original de movimiento que si el objeto no hubiera caído seguiría tal trayectoria, y la proyección al eje vertical que nos dice como cae el cuerpo de manera vertical, la cual es similar al caso de cuando se deja caer el objeto verticalmente. La trayectoria seguida por el objeto al dejar la superficie es una trayectoria parabólica representada en este caso por tres puntos.

La proyección en la dirección horizontal, nos produce flechas del mismo tamaño que nos dice que la velocidad del objeto no cambia en esta dirección, mientras que la proyección en la dirección vertical, nos indica un movimiento de caída libre, como el diagrama de movimiento del ejemplo anterior, indicándonos que la velocidad cambia de acuerdo al valor de a_g.

Ejercicio 6. En el diagrama de movimiento anterior considerar el piso más abajo y agregar al menos otros dos puntos de posición con su proyección horizontal y vertical.

Del diagrama anterior podemos concluir que la trayectoria parabólica seguida por un objeto moviéndose libremente en un ambiente donde existe interacción gravitacional, se obtiene de la suma de dos tipos de movimientos lineales, que serían sus proyecciones en las direcciones horizontal y vertical, un movimiento horizontal a velocidad constante, más un movimiento vertical a aceleración constante, en dirección hacia el centro de la Tierra. Así una velocidad en un intervalo de tiempo en la trayectoria parabólica tendría sus componentes horizontal y vertical, correspondientes a los diagramas de movimiento de velocidad constante y, aceleración constante, en dirección horizontal y vertical, respectivamente.

Construiremos el diagrama de movimiento, generalizando el caso de un movimiento parabólico, a través de la suma de los movimientos horizontal y vertical, comentadas arriba, correspondientes a las componentes de la velocidad del objeto en movimiento parabólico.

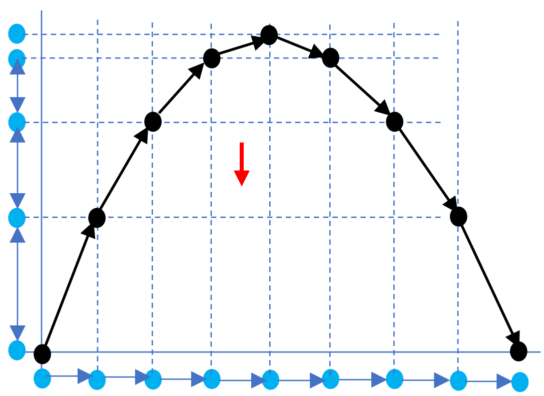
Suponga que se lanza un objeto de manera oblicua hacia arriba, moviéndose libremente en el campo gravitacional terrestre. La única aceleración presente es la debida a la interacción gravitacional y ésta apunta directamente hacia abajo en dirección vertical, de este modo esta aceleración cambiará la velocidad del objeto sólo en esta dirección, lo que indica que su componente horizontal de velocidad no cambia, sólo cambia la componente vertical, y cambia como se comporta un movimiento lineal a aceleración constante. Por lo que dibujaremos los diagramas de movimiento en dirección horizontal y vertical y, a partir de ellos construiremos el diagrama de movimiento "real" del movimiento del objeto que describirá una trayectoria parabólica.

$\mathbf{v}_{fy} = \mathbf{v}_{iy} + \mathbf{a}_y t$

$\mathbf{d}_y = \mathbf{v}_{iy} t + \mathbf{a}_y t^2/2$

$v^2_{fy} = v^2_{iy} + 2a_y d_y$

$\mathbf{v}_p = (\mathbf{v}_{iy} + \mathbf{v}_{fy})/2$



$\mathbf{d}_x = \mathbf{v}_x t$

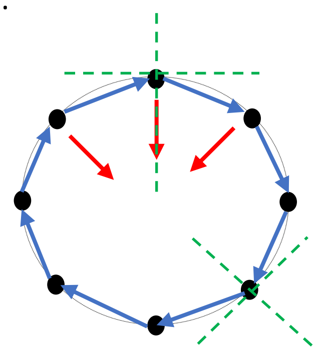
Ejercicio 7. En el diagrama de movimiento, del caso parabólico, reproducir los vectores de velocidad, usando la relación $\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_i + \mathbf{a}$ (t se considera la unidad para fines de construcción del diagrama.

El comportamiento de los diagramas de movimiento para cualquier movimiento del tipo parabólico es similar al presentado en esta situación, así como el modelo matemático. Es común trabajar con las componentes de los vectores del diagrama de movimiento, proyectadas en las direcciones horizontal y vertical, que se muestran; así el movimiento parabólico se obtiene de la suma vectorial del movimiento horizontal y vertical correspondientes a velocidad constante y, aceleración constante, respectivamente.

En la proyección vertical, las flechas azules se muestran con flecha que apunta hacia arriba y hacia abajo, lo que indica que el objeto sube y baja por los mismos puntos, en la dirección vertical, mientras que en la horizontal siempre apuntan a la derecha, indicando que no existe aceleración en dicha dirección, la velocidad es un vector constante.

La otra situación de movimiento que veremos en esta unidad es la correspondiente a una trayectoria circular. Nuevamente la analizaremos usando el modelo físico y el modelo matemático; el modelo físico, sabemos que es el diagrama de movimiento, que debe saberse construir. Recordamos que los puntos que indican la posición y a través de los cuales se construye la velocidad y aceleración, corresponden a observaciones en una unidad de tiempo, que es arbitraria, pero que puede considerarse como unidad independiente de su valor, en el sentido que una vez seleccionada esta no variará y todo el análisis del diagrama de movimiento se realiza para esos intervalos unitarios de tiempo.

Nuevamente, consideremos un objeto que se mueve de tal forma que describe una trayectoria circular y se mueve de tal manera que para iguales intervalos de tiempo recorre iguales intervalos de espacio.



Como puede apreciarse, el tamaño de las flechas azules que indica la velocidad es el mismo pero no así su dirección, por lo que tenemos un vector para la velocidad que está cambiando conforme el objeto se mueve, por lo que debe haber una aceleración diferente de cero y constante, por las restricciones que hemos impuesto para el movimiento. Dicha aceleración podemos calcularla usando la relación de construcción del diagrama que indica que la aceleración en un punto corresponde directamente al cambio de velocidad. Así en todos los puntos la aceleración, es del mismo tamaño y apunta hacia el centro del círculo de la trayectoria del objeto. En estos casos de movimiento circular es común usar marcos de referencia con direcciones ortogonales, tangenciales y radiales, así en la dirección radial esta aceleración es constante. El objeto se mueve a la misma rapidez, pero el cambio de dirección de su velocidad impone un movimiento de forma circular. A esta aceleración suele llamársele aceleración centrípeta. Si consideramos intervalos de tiempo infinitesimales, tratamiento que no hacemos en este curso, obtenemos que la velocidad es tangente a la trayectoria. De esta manera la velocidad en un movimiento circular donde el objeto se mueve a la misma rapidez tendrá una velocidad constante en la dirección tangencial, y una aceleración constante en la dirección radial. Estas direcciones corresponden a un sistema de referencia con direcciones radiales y tangenciales. Este sistema es un sistema inercial de referencia y se coloca en la posición del objeto, o sea, se mueve junto con el objeto, de tal forma que en todo momento la velocidad referida a este sistema es tangencial y la aceleración es radial, como se muestra, en color verde, en la figura anterior, para dos puntos del diagrama de movimiento.

El vector velocidad tendrá la dirección tangencial, con una magnitud constante: **v** = v**ť** (**ť**, indica vector unitario en la dirección tangencial) y, la aceleración centrípeta una dirección radial **a** = a_c**ŕ** (**ŕ**, vector unitario en la dirección radial).

El valor de a_c, como magnitud suele demostrarse de manera geométrica. Aquí haremos un análisis físico para obtener su valor.

Como vimos, la presencia de la aceleración centrípeta causa que la velocidad vectorial, aunque en magnitud es constante, cambie de dirección. El caso del objeto que se movía horizontalmente sobre una superficie y al abandonarla actuaba la interacción gravitacional con la presencia de una aceleración apuntando verticalmente hacia abajo, cambiaba la dirección de la velocidad y la trayectoria era parabólica, pues en todo momento posterior a la ausencia de la superficie la aceleración constante apuntaba siempre hacia abajo. En el caso de la trayectoria circular la aceleración apunta hacia el centro del círculo (dirección radial), y produce la trayectoria circular. En nuestro caso de análisis, la aceleración siempre es normal (perpendicular) a la velocidad del objeto.

Consideremos un objeto que se mueve linealmente a velocidad constante, este se mantendrá siempre en esta trayectoria si la aceleración es cero. Como caso particular podemos considerar que esta trayectoria lineal corresponde a una trayectoria circula con radio infinito. Si "conectamos" la aceleración y ajustamos su dirección, en todo momento, para que sea perpendicular a la velocidad del objeto, tendremos la manifestación de una trayectoria circular con un cierto radio para la trayectoria (círculo con radio, r). Si la intensidad de la aceleración en poca el circulo formado para la trayectoria será grande, mientras que si aumentamos la intensidad de la aceleración, el circulo de la trayectoria circular será pequeño. Por otro lado, esta trayectoria circular dependerá de la velocidad que lleve el objeto, si la velocidad es baja el radio del circulo será bajo y si la velocidad del objeto es grande su círculo será grande.

Estas dependencias las pueden probar diseñando algún dispositivo experimental donde puedan ir controlando la intensidad de la aceleración y la velocidad del objeto, o pueden realizar un experimento mental si tienen experiencia previa en situaciones de observación experimental de sistemas de movimiento. Por ejemplo, experimentar con un objeto atado a una cuerda y girarlo con la mano, cambiando el radio de la cuerda, controlando a su vez la fuerza que ejerzan con la cuerda, y observando como se comporta la rapidez del objeto y la fuerza que a su vez siente su mano al ir girando el objeto sobre la cuerda. Un buen ejercicio experimental es realizar esta experiencia, por lo que se sugiere la realicen.

De esta manera lo que tenemos es que existe una relación entre las cantidades físicas: velocidad del objeto, el radio de la trayectoria y la aceleración radial o centrípeta, relación que podemos escribirla como: $f(v, a_c, r)$, la cual es una relación entre magnitudes, sus direcciones las tenemos especificadas como radiales y tangenciales. Así que consideremos solo la relación de magnitudes. Si queremos ver como se comporta la aceleración en términos de las otras dos cantidades la relación la escribimos como: $a_c = f(v,r)$, o sea, la aceleración depende, está en función, de la velocidad del objeto y del radio de su trayectoria circular. Aquí entra en juego el análisis dimensional que es equivalente a realizar observaciones de estas cantidades, y, un buen ejemplo de la importancia del análisis dimensional. La anterior función, ecuación, para que sea una relación o ecuación física, debe de cumplir con la condición, aparte de la condición de dirección y numérica, de ser dimensionalmente correcta, ósea debe tener las mismas unidades, la ecuación, en su miembro izquierdo y derecho. Como no conocemos la forma funcional la expresamos en términos generales como un producto entre cantidades con dimensiones desconocidas, que expresamos como:

$$a_c = v^x r^y$$

donde a_c, tiene dimensión “uno” para la longitud y dimensión “ menos dos” para el tiempo, por su parte la velocidad tiene dimensión “uno” para longitud y dimensión “menos uno” para tiempo, finalmente el radio tiene dimensión “uno” de longitud, lo que escribimos dimensionalmente (todo esto para el sistema de medición: LMT) como:

$$[a_c] = LT^{-2}$$
$$[v] = LT^{-1}$$
$$[r] = L$$

La fórmula dimensional para a_c, considerando la ecuación de arriba es:

$$[a_c] = [v]^x\,[r]^y$$
$$LT^{-2} = (LT^{-1})^x\,L^y$$
$$LT^{-2} = L^xT^{-x}\,L^y, \text{ reagrupando tenemos}$$
$$LT^{-2} = L^{(x+y)}\,T^{-x}$$

De esta manera los exponentes deben ser iguales a fin de que sean iguales las dimensiones de cada miembro de la formula dimensional, así tenemos

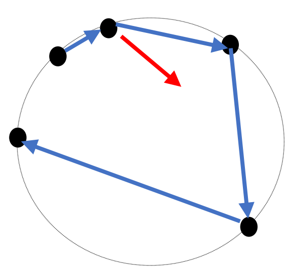
$$1 = x + y$$
$$-2 = -x$$

Resolviendo el sistema, encontramos que x= 2 y por lo tanto y debe será igual a y = -1. Sabiendo estos valores completamos la ecuación sustituyéndolos en $a_c = v^x r^y$, por lo que tenemos como expresión para la magnitud de la aceleración centrípeta:

$$a_c = v^2/r$$

Para el análisis cuantitativo del movimiento circular podemos usar coordenadas polares, tomando en cuenta la simetría del movimiento, de esta manera las cantidades anteriores las sustituimos por cantidad polares, y es común usar la velocidad angular, el radio y la aceleración angular, que de acuerdo con la geometría se obtienen de transformar las coordenadas lineales (radial y tangencial, en este caso) a las coordenadas polares.

Un caso más general de movimiento circular sería cuando la rapidez del movimiento no es constante, supongamos que varia de tal forma que conforme se mueve en trayectoria circular, el objeto gira cada vez más rápido. Su diagrama de movimiento sería como en la siguiente gráfica, de la cual, si calculamos su aceleración, como en los casos anteriores, encontraríamos que está apunta fuera de la dirección radial, orientada hacia donde cambia la velocidad. En estos casos tanto la velocidad como la aceleración, tendrán componentes en las direcciones tangencial y radial.



$$a = a_t \acute{\mathbf{t}} + a_c \acute{\mathbf{r}}$$
$$v = v_t \acute{\mathbf{t}} + v_r \acute{\mathbf{r}}$$

Donde las componentes tangenciales, se manejan como el caso lineal, y las componentes radiales, por ejemplo, en el caso de la aceleración sería la aceleración centrípeta que ya hemos calculado.

Esta unidad tiene planteados cuatro ejercicios, que aparecen en el manuscrito de la unidad. La unidad se considera cubierta una vez que se hagan los ejercicios referidos además de los ejercicios que se anexan y que aparecen en la página. Los ejercicios anexados pueden realizarlos en el momento que se indica en el manuscrito o al final mismo.

Con el fin de ordenar el trabajo de análisis y realizar un análisis con argumentos físicos, además de un análisis cualitativo y cuantitativo se ha diseñado una hoja de trabajo donde se estructura el uso de los modelos para la resolución de una situación problemática. En el caso de los problemas propuestos deben de resolverse en la Hoja de Trabajo que se anexa.

Problemas y preguntas:

1. Si la velocidad promedio de un objeto es cero en cierto intervalo de tiempo, ¿qué se puede decir acerca del desplazamiento del objeto en ese intervalo?

2. Un ciclista comienza desde el reposo y cuatro segundos después viaja hacia la meta a 18 Km/h. Continúa corriendo a esta velocidad hasta que se acerca a un cruce. A medida que se aproxima al cruce reduce la velocidad de 18 Km/h hasta 3 Km/h en un tiempo de 2 segundos. ¿Cuál es la aceleración media durante los primeros 4 segundos y en los últimos 2 segundos?

3. Una pelota de béisbol es golpeada con el bat de tal manera que viaja en línea recta hacia arriba. Un aficionado observa que son necesarios tres segundos para que la pelota alcance su máxima altura. Encuentre a) su velocidad inicial, b) la altura máxima que alcanza.

4. Un automovilista viaja hacia el norte durante 35 min a 85 km/h y luego se detiene durante 15 min. Después continúa hacia el norte recorriendo 130 km en 2 horas. a) ¿Cuál es su desplazamiento total? b) ¿Cuál es su velocidad promedio?

5. Un automóvil realiza un viaje de 200 Km a una rapidez promedio de 40 Km/h. Un segundo automóvil que inició el viaje una hora después llega al mismo destino al mismo tiempo. ¿Cuál fue la rapidez promedio del segundo auto durante el periodo que estuvo en movimiento?

6. Una lancha a reacción acelera durante 5 segundos a 50 m/s^2, posteriormente se desliza durante 3 segundos, para después frenar con un paracaídas, desacelerando a 3 m/s^2 hasta pararse. ¿Cuál es la distancia total recorrida?

7. Una pelota en el extremo de una cuerda se hace girar alrededor de un círculo horizontal de 0.30 m de radio. El plano del círculo se encuentra 1.2 m sobre el suelo. La cuerda se rompe y la pelota golpea el suelo a 2.0 m del punto sobre la superficie directamente

debajo de la posición de la pelota cuando la cuerda se rompió. Encuentre la aceleración centrípeta de la pelota durante su movimiento circular.

8. Al final de su arco, la velocidad de un péndulo es cero. ¿Su aceleración también es cero en ese punto?

9. Un bloque es colocado en lo alto de una rampa de 30° sin fricción que tiene un metro de altura. Cuando el bloque es soltado, este se desliza hacia abajo por la rampa. Al final de la rampa el bloque se desliza sobre la superficie horizontal en donde desacelera 1 m/s^2. ¿Qué tan lejos viaja el bloque sobre la superficie horizontal antes de pararse?

10. Si un objeto es lanzado en forma parabólica simultáneamente con otro lanzado horizontalmente. ¿Qué condición debe de cumplirse para que el primero objeto logre caer sobre el segundo?

11. Explique si lo siguientes objetos tienen aceleración o no: a) un objeto que se mueve en una línea recta con velocidad constante, y b) un objeto que se mueve alrededor de una curva con velocidad constante.

12. Cuando un proyectil se mueve a lo largo de su trayectoria parabólica, ¿cuál de estas cantidades, si es que hay alguna, permanece constante: a) la velocidad, b) la aceleración, c) la componente horizontal de la velocidad, d) la componente vertical de la velocidad.