Algebra Matricial - Tarea 1

1.- Considere las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 8 & -1 & 5 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ -2 & 3 \\ 6 & 2 \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & -7 \end{pmatrix}.$$

Realice las siguientes operaciones:

a) $A + D$	b) $3A - 4D$
c) AB	d) CD
e) BC	f) CB
g) AD	h) $C(A - D)B$
i) $\det A$	j) $\det D$
k) $\lvert AD\rvert$	l) $\lvert CB\rvert$

2.- Encuentre una matriz $A = (a_{ij})$ tal que $A \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

3.- Sea A una matriz cuadrada. Entonces A^2 se define simplemente como AA. Calcule A^2, A^3, y A^4 donde

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

4.- Una matriz cuadrada se llama **triangular superior** si todos sus elementos debajo de la diagonal son iguales a cero. Similarmente, una matriz cuadrada es **triangular inferior** si todos sus elementos arriba de la diagonal son cero. Una matriz cuadrada se llama **diagonal** si todos los elementos que no están en la diagonal son iguales a cero.

a) Demuestre que el determinante de una matriz triangular inferior es igual al producto de los elementos de la diagonal. Es decir, si $A = (a_{ij})$ es triangular inferior de $n \times n$, entonces $\det A = a_{11}a_{22}\dots a_{nn}$.

b) Demuestre mediante inducción que el determinante de una matriz triangular superior es también igual al producto de los elementos de la diagonal.

c) Demuestre que si A y B son matrices diagonales de $n \times n$, entonces $|AB| = |A||B|$