

Algebra Matricial - Tarea 6

1.- Encuentre una base ortonormal para el espacio M_{22} de todas las matrices de 2×2 . Qué dimensión tiene este espacio?

2.- Demuestre que si A es la matriz de transición de una base B_1 a una base B_2 , entonces A^{-1} es la matriz de transición de B_2 a B_1 .

3.- Use Octave para este ejercicio. Considere

$$B = \{v_1, v_2, v_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$$

y

$$C = \{w_1, w_2, w_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ 8 \end{pmatrix} \right\}.$$

- a. Verifique que B y C son bases de \mathbb{R}^3 .
- b. Encuentre la representación de cada vector de B como una combinación lineal de vectores en C . Sugerencia: para cada vector en B obtenga un sistema de ecuaciones y resuélvalo con Octave.
- c. Escriba la matriz de transición A de B a C .
- d. Encuentre las representaciones $(x)_B$ y $(x)_C$ de $x = (1, -2, -3)^t$ en las bases B y C , respectivamente. Verifique que $(x)_C = A(x)_B$.
- e. Sean $V = (v_1 \ v_2 \ v_3)$ y $W = (w_1 \ w_2 \ w_3)$. Encuentre $W^{-1}V$ y compárela con A .

4.- La función `orth(A)` de Octave devuelve una matriz ortogonal cuyas columnas son una base ortonormal para el espacio generado por las columnas de la matriz A .

- a. Genere una matriz aleatoria M de 3×3 de rango 3 con elementos entre -1 y 1. Las columnas de M son una base de un espacio V . Qué espacio es éste?
- b. Obtenga una base B ortonormal para V usando la función `orth()`. Verifique que la base es ortonormal.
- c. Verifique que la matriz devuelta por `orth()` es ortogonal.
- d. Haga $K = M$. Luego asigne a algún renglón de K una combinación lineal de los otros dos renglones. Cuál es el rango de K ?

- e. Obtenga ahora una base ortonormal C para el espacio generado por las columnas de K . Qué diferencia hay respecto de la base obtenida en el inciso b?
- f. Es el espacio generado por C un subespacio de V ? (donde V es el espacio generado por B).

5.- Realice en Octave lo siguiente:

- a. Genere una matriz M aleatoria de 3×3 con rango 2.
- b. Obtenga una base ortonormal B del espacio H generado por las columnas de M . H es un subespacio de \mathbb{R}^3 .
- c. Cuáles son las dimensiones de H y H^\perp ?
- d. Obtenga una base ortonormal C para H^\perp . Sugerencia: recuerde el producto cruz de dos vectores.
- e. Verifique que $B \cup C$ es una base ortonormal para \mathbb{R}^3 .