

## Algebra Matricial - Tarea 6

1.- Encuentre una base ortonormal para el espacio  $M_{22}$  de todas las matrices de  $2 \times 2$ . Qué dimensión tiene este espacio?

2.- Demuestre que si  $A$  es la matriz de transición de una base  $B_1$  a una base  $B_2$ , entonces  $A^{-1}$  es la matriz de transición de  $B_2$  a  $B_1$ .

3.- Use Octave para este ejercicio. Considere

$$B = \{v_1, v_2, v_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$$

y

$$C = \{w_1, w_2, w_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ 8 \end{pmatrix} \right\}.$$

- a. Verifique que  $B$  y  $C$  son bases de  $\mathbb{R}^3$ .
- b. Encuentre la representación de cada vector de  $B$  como una combinación lineal de vectores en  $C$ . Sugerencia: para cada vector en  $B$  obtenga un sistema de ecuaciones y resuélvalo con Octave.
- c. Escriba la matriz de transición  $A$  de  $B$  a  $C$ .
- d. Encuentre las representaciones  $(x)_B$  y  $(x)_C$  de  $x = (1, -2, -3)^t$  en las bases  $B$  y  $C$ , respectivamente. Verifique que  $(x)_C = A(x)_B$ .
- e. Sean  $V = (v_1 \ v_2 \ v_3)$  y  $W = (w_1 \ w_2 \ w_3)$ . Encuentre  $W^{-1}V$  y compárela con  $A$ .

4.- La función `orth(A)` de Octave devuelve una matriz ortogonal cuyas columnas son una base ortonormal para el espacio generado por las columnas de la matriz  $A$ .

- a. Genere una matriz aleatoria  $M$  de  $3 \times 3$  de rango 3 con elementos entre -1 y 1. Las columnas de  $M$  son una base de un espacio  $V$ . Qué espacio es éste?
- b. Obtenga una base  $B$  ortonormal para  $V$  usando la función `orth()`. Verifique que la base es ortonormal.
- c. Verifique que la matriz devuelta por `orth()` es ortogonal.
- d. Haga  $K = M$ . Luego asigne a algún renglón de  $K$  una combinación lineal de los otros dos renglones. Cuál es el rango de  $K$ ?

- e. Obtenga ahora una base ortonormal  $C$  para el espacio generado por las columnas de  $K$ . Qué diferencia hay respecto de la base obtenida en el inciso b?
- f. Es el espacio generado por  $C$  un subespacio de  $V$ ? (donde  $V$  es el espacio generado por  $B$ ).

5.- Realice en Octave lo siguiente:

- a. Genere una matriz  $M$  aleatoria de  $3 \times 3$  con rango 2.
- b. Obtenga una base ortonormal  $B$  del espacio  $H$  generado por las columnas de  $M$ .  $H$  es un subespacio de  $\mathbb{R}^3$ .
- c. Cuáles son las dimensiones de  $H$  y  $H^\perp$ ?
- d. Obtenga una base ortonormal  $C$  para  $H^\perp$ . Sugerencia: recuerde el producto cruz de dos vectores.
- e. Verifique que  $B \cup C$  es una base ortonormal para  $\mathbb{R}^3$ .