

Procesamiento Digital de Señales - Proyecto 2

Fecha de entrega: 11 de Mayo

1 Algoritmo de síntesis Karplus-Strong

El algoritmo Karplus-Strong es un método de síntesis de sonido basado en modelado físico, que se utiliza principalmente para simular el sonido de una cuerda pulsada o golpeada, por ejemplo, como es el caso de una guitarra o de un piano. La idea básica del algoritmo es pasar una señal de banda ancha y corta duración por un retardo, cuya salida se retroalimenta nuevamente a la entrada. La Figura 1 muestra un diagrama del sistema utilizado, en el cual se tienen las siguientes componentes:

1. **Señal de entrada:** En general se utiliza una señal de banda ancha y corta duración; por ejemplo, una ráfaga de ruido blanco, o bien, uno o más ciclos de una onda cuadrada o diente de sierra.
2. **Retardo:** La longitud L del retardo debe entonarse de acuerdo a la frecuencia de la nota que se desea sintetizar. Específicamente, $L = f_s/f$, donde f es la frecuencia (en Hz) de la nota, y f_s es la frecuencia de muestreo.
3. **Filtro:** Para asegurar la estabilidad del sistema y tener un mayor control sobre la tonalidad del sonido resultante, se puede aplicar un filtro pasabajas (por lo general de un polo) con una ganancia menor a 1 en todas las frecuencias.

El sistema puede implementarse mediante la siguiente ecuación:

$$y[n] = x[n] + \alpha T\{y[n - L]\}, \quad (1)$$

donde $|\alpha| < 1$ y la transformación T corresponde a un filtro pasabajas de un polo. En otras palabras, si $f[n] = T\{y[n]\}$, entonces tenemos que

$$f[n] = (1 - p)y[n] + pf[n - 1], \quad (2)$$

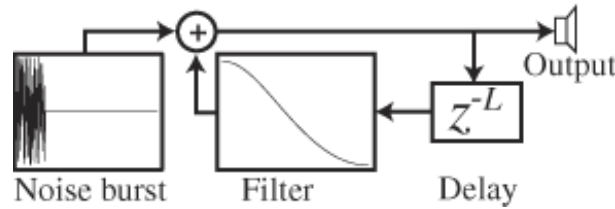


Figura 1: Diagrama de bloques del algoritmo Karplus-Strong.

con $|p| < 1$.

Como se vió en clase, este sistema tiene una respuesta en frecuencia similar a un filtro peine que deja pasar solamente la frecuencia f y sus armónicos (múltiplos enteros de f), produciendo una salida con un espectro similar al de un instrumento musical. El valor de α es por lo general cercano a 1 y controla el tiempo de caída de la nota. Por otra parte, el filtro pasa bajas permite controlar la brillantez (contenido de alta frecuencia) del sonido. Valores típicos para p están entre 0 y 0.5.

Combinando el retardo dentro del mismo filtro, podemos implementar el sistema completo mediante el siguiente algoritmo:

1. Inicializar $y[n] = 0$ para $n = -(\lfloor L \rfloor + 1), \dots, -1$, y $f_{ant} = 0$.
2. Hacer $n = 0$.
3. Hacer $L = f_s/f$, donde f_s es la frecuencia de muestreo y f la frecuencia de la nota que se desea reproducir.
4. Calcular $f = (1 - p)y[n - L] + pf_{ant}$.
5. Hacer $f_{ant} = f$.
6. Calcular $y[n] = x[n] + \alpha f[n]$.
7. Incrementar n y volver al paso 3.

Es importante notar que L no es necesariamente entero, lo cual representa un problema al intentar obtener $y[n - L]$. Una posible solución consiste en utilizar algún método de interpolación para estimar $y[n - L]$. Por ejemplo, utilizando interpolación lineal es posible estimar $y[n - L]$ de la siguiente manera:

$$y[n - L] \approx (1 - q)y[l] + qy[l + 1], \quad (3)$$

donde $l = \lfloor n - L \rfloor$ y $q = (n - L) - l$.

La frecuencia específica de una nota musical puede calcularse fácilmente tomando en cuenta los siguientes aspectos:

1. La frecuencia de una nota es el doble de la frecuencia de la misma nota una octava mas abajo.
2. En la música occidental, la octava se divide en 12 intervalos llamados semitonos, por lo tanto la proporción de frecuencia entre una nota y otra nota un semitono mas abajo es $2^{1/12}$.
3. La frecuencia del La central de un piano es 440 Hz.

Entonces, la frecuencia f (en Hz) de la nota que se encuentra a una distancia de n semitonos del La central está dada por:

$$f = 440 \cdot 2^{n/12}. \quad (4)$$

2 Ejercicios

1. Implemente el algoritmo Karplus-Strong como una función de C/C++ utilizando interpolación lineal en la línea de retardo, y una ráfaga de ruido blanco con una duración de W muestras al inicio de cada nota.
2. Generar una señal de audio que corresponda a una melodía sencilla donde cada nota se sintetiza usando la función anterior. Un ejemplo de melodía sencilla es la siguiente:

Nota	Distancia a La Central	Duración
Do	-9	1
Do	-9	1
Sol	-2	1
Sol	-2	1
La	0	1
La	0	1
Sol	-2	2
Fa	-4	1
Fa	-4	1
Mi	-5	1
Mi	-5	1
Re	-7	1
Re	-7	1
Do	-9	2

Utilizar una frecuencia de muestreo de 44100 Hz.

3. Guardar la señal generada en el inciso anterior en un archivo utilizando un formato entero de 16 bits con signo (tipo short). Este archivo puede cargarse en algunos editores de audio para escucharlo. Por ejemplo, el editor WavePad, el cual puede descargarse desde

<http://www.nch.com.au/wavepad/index.html>

Un ejemplo del resultado que se debe obtener (con $\alpha = 0.999$ y $p = 0.2$) puede descargarse de

<http://galia.fc.uaslp.mx/~fac/dsp/ks.mp3>

4. Explique cómo podría modularse la frecuencia de una nota para producir efectos tales como slide (cambiar la frecuencia de una nota a otra de manera continua), o vibrato (variar ligeramente la frecuencia de manera oscilatoria). Intente modificar la función implementada para lograr alguno de estos efectos.