

Señales y Sistemas Discretos

Tarea 1 - Entregar 9 de Septiembre

1.- Un electroencefalograma (EEG) tiene un ancho de banda útil de aproximadamente 100 Hz.

- Cuál es la menor frecuencia de muestreo que se debe usar para evitar aliasing al muestrear esta señal?
- Suponga que solamente estamos interesados en las frecuencias alfa (7-14 Hz), por lo que decidimos muestrear el EEG a 50 Hz. Puede esta decisión afectar a las ondas alfa que observemos? Explique su respuesta.

2.- Por un enlace de comunicaciones digitales se transmiten datos binarios que representan muestras de la señal

$$x_a(t) = 3 \cos 600\pi t + 2 \cos 1800\pi t.$$

El enlace transmite 10,000 bits/s y cada muestra se cuantiza usando 1024 niveles de intensidad diferentes.

- A qué frecuencia debe muestrearse la señal para evitar aliasing?
- Cuál es la frecuencia de muestreo real y cuál es la frecuencia de Nyquist?
- Cuál es la señal resultante en tiempo discreto $x[n]$ (sin considerar los efectos de la cuantización).

3.- Una señal digital es aquella en la que tanto la variable dependiente como la independiente son discretas. Estas señales se obtienen comúnmente al cuantizar o discretizar una señal en tiempo discreto. Sea $x_q[n]$ la señal obtenida al cuantizar $x[n] = \sin 2\pi f_0 n$. La potencia del error de cuantización P_q se define como

$$P_q = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (x_q[n] - x[n])^2.$$

La calidad de la señal cuantizada se puede medir mediante la relación señal-ruido de cuantización (SQNR), definida como

$$\text{SQNR} = 10 \log_{10} \frac{P_x}{P_q},$$

donde $P_x = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]^2 / N$ es la potencia promedio de la señal sin cuantizar x .

- Para $f_0 = 1/50$ y $N = 200$, escriba un programa para cuantizar la señal usando truncamiento con 64, 128, y 256 niveles de cuantización. Para cada caso, calcule el SQNR correspondiente.

- b. Repita el inciso (a) pero utilizando redondeo en lugar de truncamiento.
- c. Compare los resultados obtenidos en los dos incisos anteriores.
- d. Grafique los errores $(x_q[n] - x[n])$ para los casos de truncamiento y redondeo con 64 niveles. Observe que existe un comportamiento cíclico en los errores. A este comportamiento se le conoce como *distorsión armónica*, ya que introduce frecuencias que no existen en la señal original.
- e. Una técnica para disminuir la distorsión armónica por truncamiento, conocida como *dithering*, consiste en agregar a la señal original una componente de ruido de muy baja intensidad (e.g., del orden de un nivel de cuantización) antes de cuantizar, de manera que el error de cuantización no tenga un comportamiento predecible. Aplique dithering a la señal usando ruido uniforme y repita el inciso (d). Calcule también el SQNR de las señales cuantizadas con dithering y compare los resultados.

4.- Escriba la siguiente señal como una suma de impulsos desplazados en el tiempo:

$$x[t] = \begin{cases} (-1)^t & \text{para } t \geq 0 \\ 0 & \text{para } t < 0 \end{cases}$$

5.- Sea $y[n] = T\{x[n]\}$ donde T es una transformación lineal. Demuestre que si $x[n] = 0$ para todo n , entonces $y[n]$ debe ser cero para todo n .

6.- Determine, para cada uno de los siguientes sistemas, si son (a) lineales, (b) invariantes en el tiempo, (c) causales, (d) estables, y (e) sin memoria:

- a. $T\{x[n]\} = \sum_{k=n}^{\infty} x[n - k]$
- b. $T\{x[n]\} = x[n] + x[-n]$
- c. $T\{x[n]\} = x[n] + u[n - 1]$
- d. $T\{x[n]\} = ne^{x[n]}$
- e. $T\{x[n]\} = e^{-n^2}(\cos \pi n)x[n]$