

# Señales y Sistemas Discretos

## Tarea 3 - Entregar 7 de Octubre

**Parte 1:** Considere el filtro de respuesta senoidal (FRS), cuya respuesta en frecuencia está dada por:

$$H_{\omega_k, b}(e^{j\omega}) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[ 1 + \cos \left( \frac{\omega - \omega_k}{b} \pi \right) \right], & \text{si } \omega \in [\omega_k - b, \omega_k], \\ \frac{1}{2} \left[ 1 + \cos \left( \frac{\omega - \omega_k}{b} \pi \right) \right], & \text{si } \omega \in [\omega_k, \omega_k + b], \\ 0, & \text{en cualquier otro caso,} \end{cases}$$

donde  $\omega_k$  es la frecuencia de entonamiento,  $b$  es el ancho de banda, y  $b_k = \min\{b, \omega_k\}$ .

1. Definamos las *frecuencias de corte* del FRS como aquellas frecuencias para las cuales el filtro produce una atenuación de  $1/2$ . Dados  $\omega_k$  y  $b$ , cuáles serían las frecuencias de corte del filtro?
2. Se tiene una señal muestreada a 200 Hz, y se desean extraer las componentes alrededor de 10 Hz mediante un FRS con frecuencias de corte en  $10 \pm 1$  Hz. Cuáles deben ser la frecuencia de entonamiento  $\omega_k$  y el ancho de banda  $b$  (en radianes por muestra) del filtro?
3. Construya un filtro con las características del inciso anterior y grafique su respuesta al impulso  $h[n]$ ,  $-256 \leq n \leq 256$ , y su respuesta en frecuencia  $H(e^{j\omega})$ ,  $0 \leq \omega \leq \pi$ . Note que la respuesta al impulso es compleja, por lo que hay que graficar la parte real e imaginaria.

**Parte 2:** El archivo `eegdata.bin` corresponde a un experimento de electroencefalografía (EEG) donde a un sujeto se le presenta un estímulo, que en este caso es una figura mostrada en una pantalla <sup>1</sup>. Si la figura corresponde a un animal cuyo nombre comienza con consonante, entonces el sujeto debe oprimir un botón. Los datos de EEG son básicamente señales de voltaje capturadas por un conjunto de electrodos. Para este experimento se utilizaron 20 electrodos con la distribución que se muestra en la Figura 1 (conocida como el sistema de posicionamiento 10-20). El periodo de muestreo es de 5 milisegundos. Cada señal tiene 512 muestras, de las cuales las primeras 200 corresponden al periodo previo a la presentación del estímulo (pre-estímulo), y las otras 312 muestras abarcan lo que se conoce como post-estímulo. En este tipo de experimentos el interés es comparar la actividad en el post-estímulo contra la del pre-estímulo.

El archivo contiene los datos como un arreglo de tipo `short` (entero de 16-bits con signo) donde los primeros 512 datos corresponden a la señal para el primer electrodo, los siguientes 512 datos son la señal del segundo electrodo, etc. Una manera de abrir este archivo en Octave es la siguiente:

---

<sup>1</sup>Estos datos son cortesía de la Dra. Thalía Harmony y la Dra. Thalía Fernández del Instituto de Neurobiología de la UNAM.

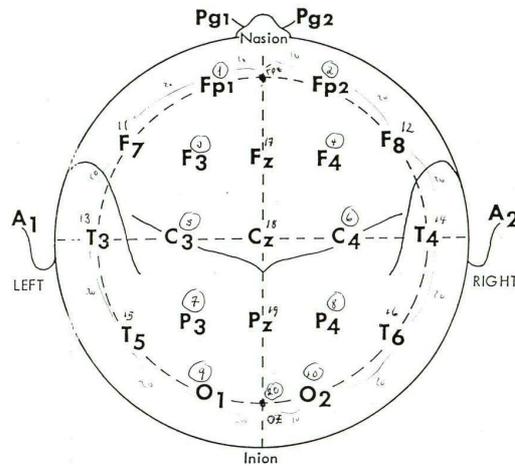


Figure 1: Sistema de posicionamiento de electrodos 10-20, utilizado en los datos de prueba.

```
fid = fopen("eegdata.bin");
data = fread(fid, [512, 20], "int16");
fclose(fid);
```

con lo cual se obtiene una matriz de  $512 \times 20$ , donde cada columna corresponde a la señal capturada por un electrodo; por ejemplo, la señal para el electrodo #3 sería `data(:,3)`.

1. Escriba una función que tome la señal correspondiente al electrodo  $e$  y la filtre a una frecuencia  $f$  (dada en Hz) con frecuencias de corte en  $f \pm 1$  Hz, y un kernel de longitud 513 (para  $-256 \leq n \leq 256$ ). La salida de la función debe ser la señal filtrada, de la misma longitud que la señal de entrada (tomar la parte central del resultado de la convolución).
2. Use la función anterior para filtrar la señal correspondiente al electrodo CZ (electrodo 18) a 10 Hz. Grafique la magnitud de la señal filtrada (tomando en cuenta que es compleja). Esta magnitud es la energía de la señal a 10 Hz.
3. Calcule la energía promedio a 10 Hz para el electrodo CZ durante el pre-estímulo y durante el post-estímulo.
4. Repita el inciso anterior para los demás electrodos (automatizando el proceso mediante un programa). Qué observación se puede hacer de los resultados obtenidos?

**Parte 3:** La *coherencia* de dos señales con media cero es la magnitud de su coeficiente de correlación cruzada normalizada (con lag cero). Por lo tanto, el coeficiente de coherencia  $\gamma_{XY}$  para dos señales  $X$  y  $Y$  se puede calcular como:

$$\gamma_{XY} = \frac{|R_{XY}|}{\sqrt{R_{xx}R_{yy}}},$$

con

$$R_{XY} = E[(X - EX)(Y - EY)^*],$$

donde  $E[\cdot]$  denota el valor esperado y  $Y^*$  es el complejo conjugado de  $Y$ .

La coherencia es útil para el estudio de EEG porque da información sobre la interconectividad de las redes neuronales subyacentes, y comúnmente se calcula para señales de banda angosta, las cuales pueden obtenerse al pasar las señales  $X$  y  $Y$  por un filtro pasa-banda angosto.

1. Escriba una función que calcule la coherencia de dos señales.
2. Calcule la coherencia en el pre-estímulo y en el post-estímulo de las señales correspondientes a los electrodos Fp1 y O2 filtradas a 10 Hz.
3. Repita lo anterior para todas las parejas de electrodos y forme dos matrices  $C^{\text{pre}}$  y  $C^{\text{post}}$  donde los elementos  $C_{ij}^{\text{pre}}$  y  $C_{ij}^{\text{post}}$  indican la coherencia medida en el pre-estímulo y post-estímulo, respectivamente, de las señales de los electrodos  $i$  y  $j$  filtradas a 10 Hz. Porqué los elementos de las diagonales de ambas matrices son todos 1?
4. Calcule la matriz  $C = \text{abs}(C^{\text{post}} - C^{\text{pre}})$ , donde  $\text{abs}()$  indica el valor absoluto elemento por elemento, y gráfíquela como si fuera una imagen de  $20 \times 20$  pixeles (en Octave esto se puede hacer por medio de la funciones `imshow` o `mesh`). Note que la matriz es simétrica y tiene ceros en su diagonal, por lo que podemos concentrarnos únicamente en aquellos elementos  $C_{ij}$  con  $i < j$  (parte triangular superior).
5. Encuentre los tres elementos  $C_{ij}$  para  $i < j$  con mayor valor. Para cada uno de estos elementos, indique a qué pareja de electrodos corresponde (según la Figura 1), e indique también si la coherencia aumenta o disminuye en el post-estímulo con respecto a su valor en el pre-estímulo.