VARIABLE COMPLEJA I

Profesor: José A. Vallejo

6 de agosto de 2007

TEMA I: Preliminares

1.1 El cuerpo de los números complejos $\mathbb{C}$. 1.2 Forma polar de un número complejo. 1.3 Continuidad en $\mathbb{C}$. 1.4 Noción de argumento.

TEMA II: Derivación en $\mathbb{C}$

2.1 El concepto de derivada en el cuerpo $\mathbb{C}$. Funciones derivables. 2.2 La relación entre la derivada real y la compleja: ecuaciones de Cauchy-Riemann. 2.3 La regla de la cadena en $\mathbb{C}$. 2.4 El teorema de la función inversa.

TEMA III: Series de potencias

3.1 Preliminares: convergencia uniforme de sucesiones de funciones. 3.2 Límites superior e inferior en $\mathbb{R}$. 3.3 Series de potencias. Teorema de Cauchy-Hadamard. Radio de convergencia. 3.4 Derivación de series de potencias.

TEMA IV: Funciones elementales

4.1 Funciones elementales. 4.2 Funciones trigonométrica y exponencial. 4.3 Ramas del logaritmo complejo. 4.4 Ejemplos de interés particular.

TEMA V: Integración compleja

5.1 Definición y propiedades. 5.2 Primitivas complejas: el teorema fundamental del cálculo en $\mathbb{C}$. 5.3 Independencia respecto del camino de integración: el lema de Poincaré.

TEMA VI: Teorema de Cauchy-Goursat

6.1 Enunciado y demostración. 6.2 Algunas consideraciones sobre el teorema.

TEMA VII: Fórmulas de Cauchy

7.1 Funciones analíticas. Fórmula de Cauchy. 7.2 Fórmula integral de Cauchy para una circunferencia. 7.3 Fórmula integral de Cauchy (caso general). 7.4 La serie de Taylor. 7.5 Teorema de Morera. 7.6 Fórmula integral de Cauchy para las derivadas.

TEMA VIII: Consecuencias de las fórmulas de Cauchy

8.1 Teorema de Liouville sobre funciones enteras. 8.2 Teorema fundamental del Álgebra. 8.3 Principio de los ceros aislados. 8.4 Teorema de la identidad. 8.5 Principio del módulo máximo. 8.6 Teorema de Weierstrass sobre la convergencia uniforme en $\mathbb{C}$. 8.7 Desigualdades de Cauchy.

Referencias

[1] R. B. Ash: Complex variables. Academic Press, 1971.

[2] J. B. Conway: Functions of one complex variable. Springer, 1978.

[3] R. P. Palka: Introduction to complex function theory. Spreinger, 1991

[4] J. E. Marsden, M. J. Hofman: Basic complex analysis. Freeman and Co, 1970.

[5] E. T. Copson: An introduction to the theory of functions of a complex variable. Oxford, 1972.

[6] G. Polya, G. Latta: Variable compleja. Limusa, 1986.

[7] A. Markusevich: Teoría de las funciones analíticas I. Mir, 1970.

[8] K. Knopp: Theory of functions I, II. Dover, 2005.

[9] R. B. Burckel: An introduction to classical complex analysis. Academic Press, 1979.