

VARIABLE COMPLEJA I

Profesor: José A. Vallejo

17 de noviembre de 2007

TEMA V: Problemas

1. Calcular $\int_{\gamma} f$ siendo $\gamma(t) = e^{it}, 0 \leq t \leq 2\pi$ y $f(z) = z^{-1+i}$, tomando el argumento para la función potencia correspondiente a la rama $H_{\alpha=\pi}$.
2. Calcular las integrales de $z(z-1)$ y $Re(z)$ a lo largo de los segmentos $[0, 1+i]$, $[0, 1]$, $[-1, 1+i]$.

3. Calcular

$$\int_{\gamma} \frac{dz}{z^2 - 1}$$

siendo

$$\gamma(t) = \begin{cases} -1 + e^{it} & \text{si } t \in [-2\pi, 0] \\ 1 - e^{it} & \text{si } t \in [0, 2\pi] \end{cases}$$

4. Calcular la integral de $1/z$ a lo largo del cuadrado de vértices $1+i$, $1-i$, $-1-i$, $-1+i$ recorrido en sentido antihorario.
5. Calcular $\int_{\gamma} f$ siendo

$$\gamma(t) = \begin{cases} 8te^{i(\pi/4)}/\pi & \text{si } t \in [0, \pi/4] \\ 2e^{it} & \text{si } t \in [\pi/4, 7\pi/4] \\ 8(2\pi - t)e^{-i\pi/4}/\pi & \text{si } t \in [7\pi/4, 2\pi] \end{cases}$$

y

$$f(z) = \frac{1}{z^3 - 1}.$$

6. Calcular $\int_{\gamma} f$ siendo $\gamma(t) = e^{it}, 0 \leq t \leq 2\pi$ y

$$f(z) = \frac{\log_{-n} z}{z^n}, \quad n \in \mathbb{N}.$$