Seminario de Topología
Introducción a la Topología Algebraica
ENERO 2008- MAYO 2009

Profesor: Dr. José Antonio Vallejo (Facultad de Ciencias). Email:jvallejo@fciencias.uaslp.mx.

Horario y salón de la asignatura: Diario 16:00 - 17:00, Salón 25.

	Martes	11:00 - 12:00
Tutorías:	Miércoles	11:00 - 12:00
	Viernes	9:00 - 10:00

Bibliografía recomendada:

[1] C. Kosniowski: Topología Algebraica. Reverté, 1988.
[2] W. S. Massey: Introducción a la Topología Algebraica. Reverté, 1982.
[3] M. A. Armstrong: Topología Básica. Reverté, 1987.
[4] J. Arregui: Topología. UNED, 1987.
[5] K. Jänich: Topology. Springer, 1984.
[6] F. Mascaró, J. Monterde, J.J. Nuño, R. Sivera: Introducció a la topologia. PUV, 1997.
[7] A. Hatcher: Algebraic Topology. Cambridge University Press, 2002.
[8] P.H. Doyle, D. A. Moran: A Short Proof that Compact 2-Manifolds Can Be Triangulated. Inv. Math. **5** (1968) 160 – 162.

Seguiremos muy de cerca el libro de Kosniowski [1]. El libro de Massey [2] es muy útil en el estudio de la clasificación de superficies, cubriendo sobradamente todos los aspectos algebraicos. En Armstrong [3] se encuentra una excelente discusión del grupo fundamental de un nudo, y el texto de Hatcher [7] sirve como referencia avanzada. Los libros [4], [5] y [6] se utilizarán como referencia a material de topología conjuntista. En el último tema, y en los trabajos individuales, analizaremos la prueba ofrecida en [8] de un resultado clásico de 1925 debido a T. Radó referente a la triangulación de superficies compactas. Para las prácticas utilizaremos material creado por los profesores Francisca Mascaró y Rafael Sivera, del Departamento de Geometría y Topología de la Universidad de Valencia (España).

Calificación: A lo largo del curso se asignarán tareas individuales en forma de prácticas con espacios concretos, con las que se realizará la mayor parte de la evaluación. También habrá un trabajo final que consistirá en el desarrollo y exposición de algún tema complementario a los vistos durante el curso. El porcentaje de cada una de estas evaluaciones en la nota final será el siguiente:

Tareas	75%
Trabajo Final	25%.

Requisitos: Es conveniente que el alumno conozca de antemano que el curso será muy exigente en cuanto al trabajo a desarrollar. Se sugiere que el alumno tenga una buena capacidad de abstracción y una sólida formación en asignaturas como Álgebra Lineal, Teoría de Grupos y Topología. Es también recomendable que aquellos alumnos que quieran inscribirse en la asignatura mantengan primero una entrevista con el profesor responsable de la misma y con el tutor que tengan asignado.

Exámenes: Los alumnos que no obtengan una calificación de 6 mediante el sistema anterior, podrán optar por el examen final ordinario, cuya fecha se establecerá de acuerdo con lo que determine la Secretaría Escolar de la Facultad de Ciencias.

Descripción del Curso

El curso consiste en una introducción a las técnicas básicas de la Topología Algebraica. Estudiaremos la construcción de espacios topológicos a partir de cocientes, productos y adjunciones de otros ya existentes, y la manera de pasar de una descripción de un espacio a otra para poder utilizar la que más nos convenga en cada ocasión. La herramienta básica a lo largo del curso será la noción de homotopía entre espacios. Asociada a ésta veremos la invariancia bajo homotopías, que nos servirá para introducir el primer grupo de homotopía de un espacio (también veremos brevemente los grupos de homotopía superiores $\pi_n(X)$). Dedicaremos un tema al estudio del grupo $\pi_1(S^1)$ por constituir un excelente ejemplo de aplicación de las técnicas aprendidas hasta ese momento (y la inclusión de algunas nuevas, como los espacios recubridores) y por sus consecuencias (por ejemplo, el Teorema del punto fijo de Brower o el Teorema Fundamental del Álgebra). A la hora de calcular de manera explícita los grupos de homotopía, se hace imprescindible el Teorema de Seifert-Van Kampen, que proporciona una presentación de $\pi_1(X)$ partiendo de los grupos fundamentales de unos subespacios de X conocidos. Como preparación, estudiaremos algunos tópicos de la teoría de presentaciones de grupos. Finalizaremos con un estudio de la clasificación de las superficies compactas y algunas de sus consecuencias. En caso de que el tiempo lo permita, se profundizará en la teoría de las aplicaciones recubridoras de un espacio y su relación con los subgrupos del grupo fundamental.

Temario del curso

TEMA I
1.1 Repaso de topología conjuntista. 1.2 Espacios topológicos cociente y producto. 1.3 Compatibilidad con una RBE.

TEMA II
2.1 Espacios identificación. 2.2 Espacios de adjunción. 2.3 Producto de cocientes. 2.4 Acciones de grupos.

TEMA III
3.1 Homotopías. 3.2 Tipo de homotopía de un espacio. 3.3 Un caso particular: los espacios contráctiles.

TEMA IV
4.1 El grupo $\pi_1(X, p)$. 4.2 Independencia del punto base. El grupo $\pi_1(X)$. 4.3 Morfismo inducido por una equivalencia de homotopía.

TEMA V
5.1 Aplicaciones recubridoras. Elevación de caminos. Elevación de homotopías. 5.2 El grupo $\pi_1(S^1)$. 5.3 Algunas aplicaciones. 5.4 El grupo fundamental de un nudo. 5.5 Los grupos $\pi_n(X)$.

TEMA VI
6.1 Presentaciones de grupos. 6.2 Generadores y relaciones. Grupos libres. 6.3 Presentaciones. Movimientos de Tietze.

TEMA VII
7.1 El teorema de Seifert-Van Kampen. 7.2 El teorema del cono 7.3 Aplicaciones al cálculo de $\pi_1(X)$.

TEMA VIII
8.1 Interpretación functorial del Teorema de Van Kampen. Push-out de grupos. 8.2 Demostración del teorema.

TEMA IX
9.1 Superficies compactas. Triangulaciones. 9.2 El teorema de clasificación de superficies. 9.3 Aplicaciones.