UNIVERSIDAD AUTONOMA DE SAN LUIS POTOSI

Facultad de Ciencias

TAREA 1

1. Dados los siguientes conjuntos, de los que *E* es el universal,

$$E = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\} \qquad A = \{1,2,3,4\}$$

$$B = \left\{ x \in E \mid x \quad es \quad impar \right\} \qquad C = \{4,5,6,7\}$$

determinar los conjuntos

a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c) $A \cap B \cap C$ d) A^c

e) B^c f) $(A \cap B)^c$ g) $B - C$

2. Indicar si las siguientes relaciones entre los conjuntos numéricos (naturales, $\aleph$, enteros, $\Im$, racionales, Q y reales, $\Re$, que tomamos como universo) son ciertas o no:

a) $\aleph \subset \Im \subset Q \subset \Re$ b) $Q^c = \Re$

c) $\Im^c \cap Q = \varnothing$ d) $\aleph \cap Q^c = \varnothing$

3. Sean dos conjuntos A y B tales que $A \subset B$. Calcular:

a) $A \cup B$ b) $A \cap B$

c) $A \cup (B - A)$ d) ¿se cumple $B^c \subset A^c$

4. Dibujar un diagrama de Venn-Euler de

a) 3 conjuntos con sus 8 regiones simples
b) 4 conjuntos con sus 16 regiones simples

5. Escribir los 8 subconjuntos de $\{a,b,c\} = abc$ en mesa redonda. Formar una nueva mesa redonda escribiendo, entre cada dos subconjuntos, el conjunto de los elementos que están en uno o en otro subconjunto, pero no en ambos. ¿Cuáles subconjuntos quedan después de realizar esta operación 2005 veces?

6. Se define la diferencia simétrica de los conjuntos A y B como

$$A \otimes B = (A \cup B) - (A \cap B)$$

a) ¿Existe X tal que $A \otimes X = A$, $\forall A$?

b) ¿ $\forall A$, $\exists\ -A$ tal que $A \otimes (-A) = X$? X del inciso anterior

7. Usando diagramas de Venn-Euler, verificar que

a) $\#(A \cup B) = \#(A) + \#(B) - \#(A \cap B)$

b) $\#(A \cup B \cup C) = ?$

8. Determinar el valor de verdad o el conjunto de soluciones de las siguientes proposiciones construidas con $\vee$:

a) (Hoy es martes) $\vee$ (hoy es jueves).

b) ($\frac{2}{3}$ es entero) $\vee$ (π es real).

c) ($x \in \Im$) $\vee$ ($x \notin \Im$).

d) ($2x - 3 \leq 0$) $\vee$ ($x > 0$) con $x \in \Re$

e) $((x-2)^2 < 0,\ \ x \in \Re)$ $\vee$ $(\pi \in Q)$.

9. Dadas las siguientes proposiciones, traducirlas a lenguaje simbólico, escribir su negación y dar el valor o conjunto de soluciones de ambas:

a) Todas las manzanas son rojas.
b) Existe un mes de treinta y cinco días.
c) Algunos rectángulos no son cuadrados.
d) Existe al menos un número entero que sumado a 3 da 0.
e) *x* es un entero negativo.
f) $x^2 - x > 0$, $x \in \Re$, es un número real positivo.

10. Escribir la recíproca, contraria y contrarrecíproca de las siguientes condicionales, dando en cada caso el valor de todas ellas:
a) Si llueve entonces el suelo se moja.
b) Si un número es entero entonces su cuadrado es positivo.
c) Si una figura es un cuadrado entonces es un rectángulo.

11. Demostrar que la proposición *p* es una tautología, donde *a*, *b* y *c* son proposiciones cualesquiera:

$$p = \left[a \vee (b \wedge c)\right] \Leftrightarrow \left[(a \vee b) \wedge (a \vee c)\right]$$

12. Demostrar que la proposición *q* es una contradicción, donde *a* y *b* son proposiciones cualesquiera:

$$q = \overline{(\overline{a} \Rightarrow \overline{b}) \Leftrightarrow (b \Rightarrow a)}$$

13. Determinar si $\Im$, el conjunto de los números enteros, con las operaciones de suma y producto habituales tiene estructura de álgebra de Boole.

14. Se define el producto cartesiano $A \times B = \{(a,b) \mid a \in A, \quad b \in B\}$

Demostrar que: $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (B \times C)$

15. Escribir la tabla de verdad de

$$[(p \wedge \overline{q}) \rightarrow (r \wedge \overline{r})] \leftrightarrow (p \rightarrow q)$$

16. Completar a) las 6 primeras b) las 6 restantes

	$p \wedge q$		p		q										$p \wedge \overline{p}$
V	V	V	V	V	V	V	V	F	F	F	F	F	F	F	F
V	V	V	V	F	F	F	F	V	V	V	V	F	F	F	F
V	V	F	F	V	V	F	F	V	V	F	F	V	V	F	F
V	F	V	F	V	F	V	F	V	F	V	F	V	F	V	F

17. Determinar el valor de verdad de cada enunciado y escribir su negación usando cuantificadores. El conjunto universal es el de los números reales.

a) $\forall x, \quad |x| = x$

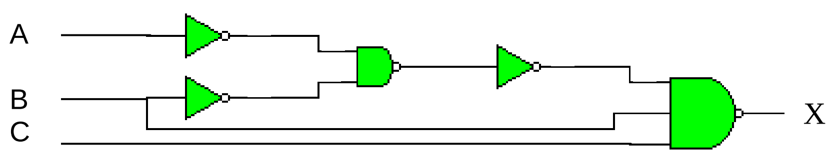
b) $\exists x, \quad x^3 = x$

c) $\forall x, \quad x + 1 > x$

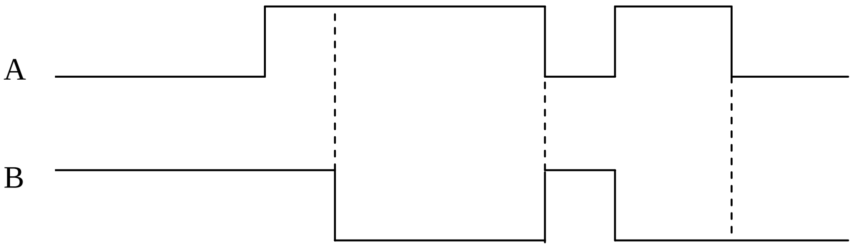
d) $\exists x, \quad x + 1 = x$

e) $\exists x, \quad |x| = 0$

18. a) Escribir la expresión booleana para el circuito. b) Determine el valor de X para todas las condiciones de entrada y enlistarlas en una tabla de verdad



19. Trazar la ondiforme de salida



a) AB
b) $\overline{A+B}$
c) $\overline{B}$

20. Simplificar hasta el mínimo de compuertas

a) $\overline{(\overline{A+B})(\overline{B}C)}$

b) $\overline{A+AB+AC}+\overline{BB}+\overline{(C+C)}+E\overline{E}$

21. Demostrar que $x+xy=x$

a) Usando tabla de verdad
b) Sin usar tabla de verdad

22. Demostrar la universalidad de la compuerta NOR

23. Demostrar que $\overline{A+B+C+D}=\overline{A}\quad\overline{B}\quad\overline{C}\quad\overline{D}$