UNIVERSIDAD AUTONOMA DE SAN LUIS POTOSI

Facultad de Ciencias

A L G E B R A I

TAREA 3

1.- Realiza las siguientes operaciones con números complejos:

a) $(-3+2i)+(7-2i)$	b) $(5,-2)+(3,7)$
c) $(\pi-\sqrt{2}i)-(e-\sqrt{3}i)$	d) $3+(-2+\pi \quad i)$
e) $(0,4)-(4,0)$	f) $(2+5i)(-1-3i)$
g) $(2,4)(4,2)$	h) $\overline{(-5+7i)}$
i) $\overline{\left(-\pi^2-\frac{3}{5}i\right)}$	j) $\dfrac{(-1+3i)}{(5-2i)}$

En los ejercicios del 2 al 5, reducir a la forma binómica (i. e. en la forma $a+bi$)

2.- $\left(-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)^3$

3.- $\dfrac{i}{1+i+\dfrac{i}{1+i+\dfrac{i}{1+i}}}$

4.- $z+\dfrac{1}{z} \quad si \quad z=\dfrac{1-i}{2+i}$

5.- $\dfrac{z^2-1}{z} \quad si \quad z=\dfrac{(1+i)^2}{i-1}$

6.- Dados los números complejos siguiente:

$z_1=3-3i \qquad z_2=-4+4\sqrt{3}i \qquad z_3=3+2i$

realiza las siguientes operaciones con ellos, dejando el resultado en forma binómica:

a) z_1+z_2	b) z_1-z_2	c) $z_1 \cdot z_2$
d) z_1/z_2	e) z_1+z_3	f) $z_1 \cdot z_3+z_2$
g) $z_1{}^4$	h) $z_3{}^5$	i) $\dfrac{z_1 \cdot z_2}{z_3}$

7.- Calcula las siguientes raíces, expresando el resultado en forma polar:

a) Raíces cuartas de $\frac{81}{2}\sqrt{3}-\frac{81}{2}i$
b) Raíces quintas de $4+7i$
c) Raíces sextas de i

8.- Escribe cada complejo en sus tres formas, binómico, polar y trigonométrica
a) $10-12i$
b) $2-i$
c) $4\cdot(\cos 15^{\circ}+i\cdot sen 15^{\circ})$

9.- Comprueba si el complejo $2-i$ es una raíz del polinomio $x^2-2\cdot x-1$ sin necesidad de calcular cuales son dichas raíces.

10.- Determina el valor de "a" para que el complejo $\frac{a+6i}{2-i}$ sea
a) Un número real
b) Un imaginario puro
c) Esté situado en la bisectriz del segundo cuadrante

11.- Calcula el producto el siguiente producto

$$i\cdot i^2\cdot i^3\cdot i^4\cdot\cdots\cdot i^{99}\cdot i^{100}$$

12.- Comprueba que un complejo, su opuesto y su inverso tienen todos el mismo módulo.

13.- Si al multiplicar dos números complejos (no reales) sale un número real, ¿los complejos tienen que ser conjugados forzosamente?

14.- ¿Qué tiene que ocurrir para que en un complejo z se cumpla la igualdad $\bar{z}=\frac{1}{z}$?

15.- Si A y B son números complejos, demostrar que;

a) $\overline{A+B}=\overline{A}+\overline{B}$

b) $\overline{A\cdot B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$

c) $\overline{\left(\frac{1}{A}\right)}=\frac{1}{\overline{A}}$ $\quad A\neq 0$

d) $\overline{\overline{A}}=A$

16.- Probar $\forall n \in \mathfrak{I}^{+}$

a) $\left(\cos\theta + isen\theta\right)^{n} = \cos(n\theta) + isen(n\theta)$ por inducción matemática

b) $\left(\cos\theta - isen\theta\right)^{n} = \cos(n\theta) - isen(n\theta)$

17.- Calcular

$$1+\omega^{n}+\omega^{2n} \quad si \quad n = 3q+1, \quad q \in \mathfrak{I}$$

y

$$\omega = -\frac{1}{2} + i\,\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos(120°) + isen(120°)$$

En los ejercicios del 18 al 20 resolver en los complejos y graficar las soluciones

18.- $x^{6} = \sqrt{3}i$

19.- $x^{15} = -1 - i$

20.- $x^{5} = i$