

Miquel Grau Sánchez
Miquel Noguera Batlle

Càlcul numèric

Teoria i pràctica

Primera edició: febrer de 2000

Aquesta publicació s'acull a la política de normalització lingüística i ha comptat amb la col·laboració del Departament de Cultura i de la Direcció General d'Universitats, de la Generalitat de Catalunya.

En col·laboració amb el Servei de Llengües i Terminologia de la UPC

Disseny de la coberta: Edicions UPC

© Els autors, 2000

© Edicions UPC, 2000
Edicions de la Universitat Politècnica de Catalunya, SL
Jordi Girona Salgado 31, 08034 Barcelona
Tel. 93 401 68 83 Fax 93 401 58 85
<http://www.upc.es/edicions/index.html>
Edicions Virtuals: www.edicionsupc.es
e-mail: edicions.virtuals@upc.es

Producció: CPDA
Av. Diagonal 647, ETSEIB, 08028 Barcelona

Dipòsit legal: B-2796-2000
ISBN: 84-8301-381-9

Són rigorosament prohibides, sense l'autorització escrita dels titulars del copyright, sota les sancions establertes a la llei, la reproducció total o parcial d'aquesta obra per qualsevol procediment, inclosos la reprograma i el tractament informàtic, i la distribució d'exemplars mitjançant lloguer o préstec públics.

Índex

Índex	i
Prefaci	xi
1 PRELIMINARS	1
1.1 Introducció	2
1.1.1 Càlcul científic i camps d'aplicació	2
1.1.2 Modelització matemàtica i solució numèrica	3
1.1.3 Fonts d'error	7
1.1.3.1 Exemple d'algorisme numèricament inestable	7
1.1.3.2 Exemples de problemes sensibles a les condicions inicials	8
1.1.4 Estabilitat d'algorismes	10
1.2 Representació aritmètica en coma flotant	12
1.2.1 Conjunt de nombres en coma flotant	12
1.2.2 La funció fl , arrodoniment i truncament	13
1.2.3 Èpsilon de la màquina	14
1.3 Anàlisi de l'error	16
1.3.1 Definicions	16
1.3.2 Errors de representació	17
1.3.3 Errors en les operacions en coma flotant	18
1.3.3.1 Ordre de convergència	20
1.3.4 Propagació de l'error	21

1.3.4.1	Algorismes amb cancel·lació	23
1.3.4.2	Nombres de condició	24
1.3.5	Acumulació de l'error	25
1.4	Càlcul de sèries	28
1.4.1	Mètodes de comparació	29
1.4.2	Acceleració de la convergència	29
1.5	Problemes	31
1.6	Pràctiques	35
1.6.1	Pràctica exemple	35
1.6.2	Enunciats	41
2	INTERPOLACIÓ POLINÒMICA	47
2.1	Introducció	48
2.2	Interpolació polinòmica	48
2.2.1	Fórmula de Lagrange	49
2.2.2	Mètodes d'Aitken i Neville	49
2.2.3	Fórmules de Newton. Diferències dividides	51
2.2.4	Error en la interpolació polinòmica	53
2.2.4.1	Terme d'error i diferències dividides	54
2.2.5	Elecció dels nodes. Polinomis de Txebixev	55
2.2.6	Diferències finites. Fórmules de Newton	56
2.2.7	Fenòmen Runge i teorema de Faber	59
2.2.8	Interpolació d'Hermite	59
2.3	Interpolació per splines cúbiques	60
2.3.1	Càlcul efectiu	61
2.3.2	Error en les splines cúbiques	63
2.3.3	Curvatura mínima de les splines cúbiques	64
2.4	Problemes	65
2.5	Pràctiques	68
2.5.1	Pràctica exemple	68
2.5.2	Enunciats	71

3	APROXIMACIÓ DE FUNCIONS	75
3.1	Introducció	76
3.1.1	Fonaments teòrics	77
3.1.2	Ortogonalització de Gram-Schmidt. Famílies ortogonals . . .	81
3.1.3	Desenvolupament en sèrie de funcions ortonormals	84
3.2	Aproximació mínim-quadràtica polinòmica	86
3.2.1	Aproximació contínua per polinomis ortogonals	87
3.2.2	Aproximació discreta	88
3.3	Aproximació min-max de funcions	90
3.3.1	Aproximació polinòmica contínua	90
3.3.2	Aproximació polinòmica discreta	93
3.3.2.1	Algorismes numèrics	98
3.3.3	Aproximació racional contínua	99
3.3.3.1	Algorisme de Remes	100
3.4	Problemes	103
3.5	Pràctiques	105
3.5.1	Pràctica Exemple	105
3.5.2	Enunciats	114
4	SISTEMES LINEALS	117
4.1	Introducció	118
4.2	Mètodes directes	119
4.2.1	Eliminació gaussiana	119
4.2.2	Descomposició LU	121
4.2.3	Mètodes compactes	123
4.2.3.1	Mètode de Doolittle	124
4.2.3.2	Mètode de Crout	124
4.2.3.3	Mètode de Txoleski	125
4.2.4	Càlcul d'inverses	126
4.2.5	Fites d'error	127
4.2.5.1	Nombre de condició	127

4.2.5.2	Errors en les dades	129
4.2.5.3	Errors d'arrodoniment en l'eliminació gaussiana	129
4.3	Mètodes iteratius	132
4.3.1	Mètode de Jacobi	134
4.3.2	Mètode de Gauss-Seidel	135
4.3.3	Raó de convergència i estimació de l'error	136
4.3.4	Refinament iteratiu de la solució	137
4.3.5	Mètodes de sobrerelaxació	138
4.4	Sistemes lineals sobredeterminats	141
4.5	Problemes	144
4.6	Pràctiques	147
4.6.1	Pràctica exemple	147
4.6.2	Enunciats	154
5	DERIVACIÓ I INTEGRACIÓ NUMÈRICA	159
5.1	Introducció	160
5.2	Derivació interpolatòria	160
5.3	Extrapolació de Richardson	162
5.4	Integració numèrica	164
5.4.1	Fórmules de Newton–Côtes	165
5.4.1.1	Fórmules compostes	167
5.4.2	Mètode de Romberg	169
5.4.3	Elecció del pas d'integració	170
5.4.4	Integrals impròpies	171
5.5	Integració gaussiana	172
5.5.1	Gauss-Legendre	174
5.5.2	Integració gaussiana amb pes	177
5.5.2.1	Integració Gauss-Txebixev	178
5.5.2.2	Integració Gauss-Laguerre	179
5.5.2.3	Integració Gauss-Hermite	180
5.6	Problemes	181

5.7	Pràctiques	184
5.7.1	Pràctica exemple	184
5.7.2	Enunciats	192
6	ZEROS DE FUNCIONS NO LINEALS	197
6.1	Introducció	198
6.2	Mètodes d'interval encaixats	198
6.2.1	Mètode de la bisecció	199
6.2.2	Mètode de la Regula-Falsi	200
6.3	Mètodes iteratius	201
6.3.1	Mètode de Newton	201
6.3.2	Mètode de la secant	202
6.3.3	Mètodes iteratius o del punt fix	202
6.3.3.1	Estimació de l'error	204
6.4	Ordre de convergència	205
6.5	Acceleració de la convergència	208
6.6	Mètodes d'interpolació i de Taylor	210
6.7	Eficiència d'un mètode iteratiu	212
6.8	Zeros múltiples	214
6.9	Sistemes no lineals	216
6.9.1	Mètode d'iteració simple	216
6.9.2	Mètode de Newton	219
6.9.3	Mètodes de continuació	221
6.10	Càlcul de les arrels de polinomis	223
6.10.1	Relació entre arrels i coeficients	223
6.10.2	Acotació de les arrels	224
6.10.3	Separació de les arrels	225
6.10.3.1	Successions de Sturm	225
6.10.3.2	Regla de Descartes	227
6.10.4	Mètode de Newton modificat i deflació	227
6.10.5	Mètode de Laguerre	229

6.10.6	Mètode de Bairstow	232
6.11	Problemes	234
6.12	Pràctiques	238
6.12.1	Pràctica exemple	238
6.12.2	Enunciats	244
7	VALORS I VECTORS PROPIS	249
7.1	Introducció	250
7.2	Fites dels valors propis	250
7.3	Transformació de matrius a forma reduïda	254
7.3.1	Mètode de Givens	254
7.3.2	Mètode de Householder	256
7.3.3	Comparació del dos mètodes	260
7.4	Mètodes basats en el polinomi característic	260
7.4.1	Valors i vectors propis per a matrius tridiagonals simètriques	260
7.5	Mètodes iteratius	263
7.5.1	Mètodes de la potència	263
7.5.1.1	Desplaçament de l'origen	266
7.5.1.2	Càlcul del valor propi més petit	266
7.5.1.3	Mètode de Wielandt	267
7.5.2	Mètodes de deflació	268
7.5.2.1	Deflació de Wielandt	268
7.5.2.2	Deflació de Householder	270
7.6	Mètode de Jacobi	272
7.7	Mètodes de factorització	274
7.7.1	Mètode LR	276
7.7.2	Mètode QR	280
7.7.2.1	Teorema de convergència	281
7.7.3	Traslació respecte a l'origen	284
7.7.3.1	Doble desplaçament conjugat	285
7.7.3.2	Implementació numèrica del mètode QR	288

7.7.3.3	Càlcul de valors singulars	289
7.8	Problemes	295
7.9	Pràctiques	298
7.9.1	Pràctica exemple	298
7.9.2	Enunciats	305
8	EQUACIONS DIFERENCIALS ORDINÀRIES	311
8.1	Introducció	312
8.2	Equacions en diferències	312
8.2.1	Definicions i conceptes bàsics	312
8.2.2	Equacions en diferències lineals amb coeficients constants . .	313
8.2.2.1	Solució general d'una equació en diferències lineal d'ordre n	314
8.2.2.2	Equacions en diferències lineals no homogènies . . .	316
8.3	Problema de valors inicials	318
8.3.1	Famílies de mètodes	318
8.3.1.1	Mètodes derivats de la sèrie de Taylor	318
8.3.1.2	Mètodes lineals multipàs	319
8.3.1.3	Mètodes Runge-Kutta	320
8.3.2	Errors, convergència, consistència, ordre i estabilitat	321
8.3.2.1	Convergència	322
8.3.2.2	Consistència	322
8.3.2.3	Estabilitat	323
8.3.2.4	Ordre	324
8.3.3	Mètodes lineals multipàs. Teorema de Dahlquist	325
8.3.4	Estabilitat absoluta	327
8.3.5	Exemples numèrics	331
8.3.6	Mètodes predictor-corrector	335
8.3.6.1	Error local de truncament	337
8.3.6.2	Estabilitat absoluta	339
8.3.6.3	Control del pas	339

8.3.7	Mètodes Runge-Kutta	340
8.3.7.1	Estimacions de l'error	341
8.3.7.2	Mètodes Runge-Kutta-Fehlberg	342
8.3.7.3	Estabilitat absoluta d'un mètode Runge-Kutta . . .	343
8.3.8	Comparació entre els mètodes predictor-corrector i Runge-Kutta	343
8.4	Problema de valors frontera	344
8.4.1	Mètode del tir simple	345
8.4.2	Mètode del tir paral·lel	347
8.5	Problemes	350
8.6	Pràctiques	354
8.6.1	Pràctica Exemple	354
8.6.2	Enunciats	368
9	TRANSFORMADA DE FOURIER	381
9.1	Introducció	382
9.1.1	Conceptes teòrics	382
9.2	Transformada discreta de Fourier	383
9.2.1	Transformada discreta de Fourier de funcions periòdiques . .	385
9.2.2	Exemples numèrics	386
9.3	Transformada ràpida de Fourier	390
9.3.1	Algorisme de Cooley-Tukey	390
9.4	Problemes pràctics	395
9.4.1	Problema Exemple	395
9.4.2	Enunciats	399
10	EXTREMS DE FUNCIONS	401
10.1	Introducció	402
10.2	Problema unidimensional	402
10.2.1	Mètode de la raó àuria	402
10.3	Problema multidimensional	405
10.3.1	Mètode del gradient conjugat	405
10.4	Problemes pràctics	410

10.4.1	Problema Exemple	410
10.4.2	Enunciats	414
A	ÀLGEBRA MATRICIAL	417
A.1	Tipus de matrius	417
A.2	La forma normal de Jordan	418
A.3	Factorització de matrius	419
A.3.1	Descomposició en valors singulars	420
A.4	Normes matricials	421
B	DISTRIBUCIONS I TRANSFORMADA DE FOURIER	423
B.1	Funcions integrables	423
B.1.1	L'espai $\mathcal{L}^1(\mathbf{R})$ de funcions integrables	423
B.1.1.1	Mesura d'un conjunt	424
B.1.2	L'espai $\mathcal{L}_{\text{loc}}^1(\mathbf{R})$ de funcions localment integrables	425
B.1.3	Producte de convolució a $\mathcal{L}^1(\mathbf{R})$	425
B.1.4	Transformada de Fourier a $\mathcal{L}^1(\mathbf{R})$	425
B.1.4.1	Propietats	426
B.1.5	L'espai $\mathcal{S}(\mathbf{R})$	426
B.1.6	Sèries de Fourier sobre $\mathcal{L}_{\text{loc}}^1(\mathbf{R})$	427
B.2	Distribucions sobre \mathbf{R}	427
B.2.1	Producte de convolució de distribucions	429
B.2.2	Transformada de Fourier de distribucions	430
B.3	Transformada discreta de Fourier	432
B.3.1	Transformada discreta de Fourier d'una funció periòdica . . .	433
	Solucionari	435
	Bibliografia	443
	Llistat de rutines	449
	Glosari de símbols	451

Índex alfabètic

455

Prefaci

“Numerical Analysis is the effective representation of anything by anything ”.

Preston C. Hammer

Aquest llibre és un intent de posar a l'abast dels estudiants d'un primer cicle universitari d'estudis científics o tècnics els mètodes numèrics més adients als problemes que es tracten actualment, així com un anar aprenent les tècniques que fa servir la Matemàtica Aplicada.

La incorporació d'una llista àmplia de problemes així com la presentació, discussió i resolució d'una pràctica per capítol, a més de la llista de pràctiques, volen fer d'aquest llibre un instrument que serveixi per a la introducció en el Càlcul Numèric d'una manera no només teòrica sinó també amb totes les eines que podem disposar d'una forma efectiva i pràctica. A més de presentar exemples dels mètodes introduïts, les pràctiques proposades no només són un mitjà per anar-se introduint en els diferents paquets numèrics sinó també per aproximar-se a problemes lligats amb l'enginyeria dels quals presentem models simplificats per facilitar la tasca de l'alumne.

El nostre principal objectiu en escriure aquest llibre és donar una introducció a l'Anàlisi Numèrica fent un repàs de moltes de les eines que es fan servir; per tant, un dels punts que tractarem en tots els capítols és l'anàlisi de l'error, sia dels diferents problemes, sia dels mètodes presentats. D'altra banda, a cada capítol es presenta un nombre considerable d'exercicis i problemes numèrics per resoldre, a més dels exemples comentats amb tot detall.

Per a una total comprensió del contingut d'aquest llibre, el lector ha de tenir coneixements d'àlgebra lineal, i d'un primer curs complet d'anàlisi i, per alguns capítols, temes més especialitzats com són equacions diferencials ordinàries i variable complexa (vegeu l'esquema que es presenta al final d'aquest Prefaci).

Unes paraules sobre el contingut del llibre. Fonamentalment, està dedicat als temes següents: errors, interpolació i aproximació de funcions, resolució numèrica de sistemes d'equacions lineals diferenciació i integració de funcions, mètodes per a

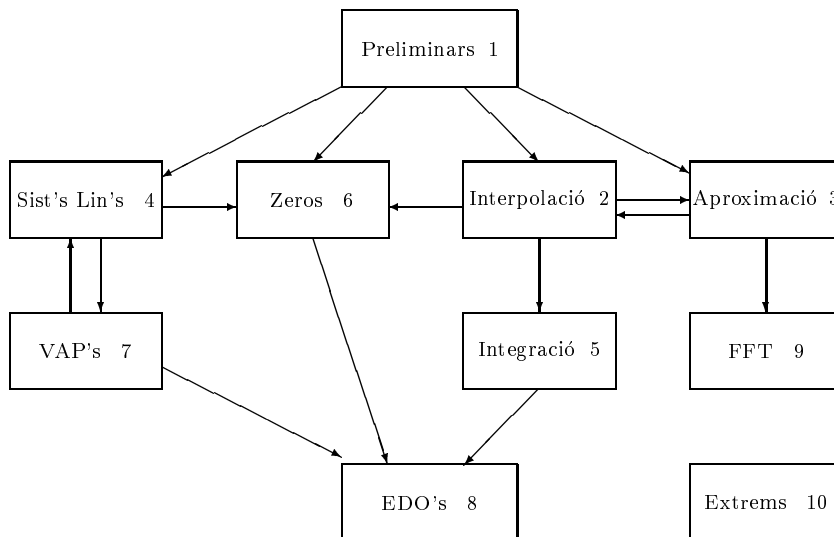
trobar zeros de funcions no lineals, càlcul de valors i vectors propis, optimització i resolució numèrica d'equacions diferencials ordinàries.

Una dificultat en què es troben els alumnes que s'inicien en el Numèric és d'anar acceptant que tots els càlculs que es fan són aproximats, que la seva precisió és finita i a vegades enganyosa. Amb la introducció dels manipuladors algebraics on la precisió és infinita, seria convenient, quan tenim un problema a resoldre, fer un estudi previ; no sigui que calgui una capacitat de memòria inaccessible o un temps d'execució impossible que facin més adient elegir tècniques numèriques. Així i tot, sempre hi haurà problemes on qualsevol manipulador pot presentar menys dificultat i una resposta més ràpida. Caldrà sempre, doncs, una anàlisi prèvia.

El nostre agraïment als companys de docència de l'assignatura de Càlcul Numèric així com a la col·laboració de la Sílvia Muray i l'Elena Rodríguez en l'elaboració i resolució de les Pràctiques. Reconeixement a en Gerard Gómez pel seu suport i ajut. Finalment, donar les gràcies a la Margarida i a la Núria per la seva paciència, ajuda i comprensió amb les quals el treball s'ha pogut fer de forma més planera.

Per acabar, voldríem que aquest llibre fos l'aportació de l'experiència de 16 anys donant l'assignatura de Càlcul Numèric a estudiants de la Facultat d'Informàtica de Barcelona i a llicenciats recents que volen aprendre les eines bàsiques del Numèric per aplicar-lo a la seva investigació.

Els autors.



Esquema de possibles relacions entre els capítols.

Bibliografia

- [1] Abramowitz, M. ; Stegun, I. (editors). *Handbook of Mathematical Functions*. Dover Publications, New York, 1972.
- [2] Acton, F. S. *Numerical Methods that Work*. Harper & Row, New York, 1970.
- [3] Allgower, E. L. ; Georg, K. *Numerical Continuations Methods*. Springer-Verlag, Berlin, 1990.
- [4] Aubanell, A. ; Benseny, A. ; Delshams, A. *Eines bàsiques del càlcul numèric*. Publicacions de la Universitat Autònoma de Barcelona, Barcelona, 1991.
- [5] Aziz, A. K. *Numerical Solutions of Boundary Value Problems*. Academic Press, New York, 1975.
- [6] Bracewell, R. *The Fourier Transform and Its Applications*. McGraw-Hill, New York, 1965.
- [7] Braess, D. *Nonlinear Aproximation Theory*. Springer-Verlag, Berlin, 1986.
- [8] Brezinski, C. *Accélération de la convergence en analyse numérique*. Springer-Verlag, Berlin, 1977.
- [9] Brigham, E. O. *The Fast Fourier Transform*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1974.
- [10] Burden, R. L. ; Faires, J. D. *Análisis numérico*. Grupo Editorial Iberoamérica, México, 1985.
- [11] Butcher, J. C. *The Numerical Analysis of Ordinary Differential Equations*. John Wiley, New York, 1985.
- [12] Carnahan, B. ; Luther, H. A. ; Wilkes, J. O. *Cálculo numérico. Métodos, aplicaciones*. Rueda, 1979.

-
- [13] Ciarlet, P. G. *Introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation*. Masson, Paris, 1982.
- [14] Ciarlet, P. G. ; Lions, J. L. (editors). *Handbook of Numerical Analysis*, volume I i II. North-Holland, Amsterdam, 1990.
- [15] Ciarlet, P. G. ; Thomas, J. M. *Exercices d'analyse numérique matricielle et d'optimisation*. Masson, Paris, 1982.
- [16] Cohen, A. M. *Análisis numérico*. Reverté, Barcelona, 1977.
- [17] Conte, S. D. ; de Boor, C. *Análisis numérico*. McGraw-Hill, Colombia, 1974.
- [18] Dahlquist, G. ; Björck, Å. *Numerical Methods*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1974.
- [19] Davis, P. J. *Interpolation and Approximation*. Dover Publications, New York, 1975.
- [20] Davis, P. J. ; Rabinowitz, P. *Methods of Numerical Integration*. Academic Press, Nex York, 1975.
- [21] de Boor, C. *A Practical Guide to Splines*. Springer-Verlag, New York, 1978.
- [22] Demidovich, B. P. ; Maron, I. A. *Cálculo numérico fundamental*. Paraninfo, Madrid, 1977.
- [23] Demidovich, B. P. ; Maron, I. A. ; Schuwalowa, E. S. *Métodos numéricos de análisis*. Paraninfo, Madrid, 1980.
- [24] Elden, L. ; Wittmeyer-Koch, L. *Numerical Analysis*. Academic Press, New York, 1990.
- [25] Forsythe, G. E. ; Malcom, M. A. ; Moler, C. B. *Computer Methods for Mathematical Computations*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1977.
- [26] Forsythe, G. E. ; Moler, C. B. *Computer Solution of Linear Algebraic Systems*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1967.
- [27] Fröberg, C. E. *Introducción al análisis numérico*. Vicens Vives, Barcelona, 1977.
- [28] Fröberg, C. E. *Numerical Mathematics. Theory and Computer Applications*. Benjamin/Cummings, Menlo Park, 1985.
- [29] García-Merayo, F. *Programación en FORTRAN 77*. Paraninfo, Madrid, 1986.

-
- [30] Gear, G. W. *Numerical Initial Value Problem in Ordinary Differential Equations*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1971.
- [31] Gerald, C. F. ; Wheatley, P. O. *Applied Numerical Analysis*. Addison Wesley, Reading, Massachusetts, 1984.
- [32] Golub, G. H. ; van Loan, C. F. *Matrix Computations*. John Wiley, New York, 1973.
- [33] Gourlay, A. R. ; Watson, G. A. *Computational Methods for Matrix Eigenproblems*. John Wiley, Chichester, 1973.
- [34] Hageman, L. A. ; Young, D. M. *Applied Iterative Methods*. Academic Press, New York, 1981.
- [35] Henrici, P. *Discrete Variable Methods in Ordinary Differential Equations*. John Wiley, New York, 1962.
- [36] Henrici, P. *Elements of Numerical Analysis*. John Wiley, New York, 1964.
- [37] Hervé, M. *Transformation de Fourier et distributions*. PUF, Paris, 1986.
- [38] Hildebrand, F. B. *Introduction to Numerical Analysis*. McGraw-Hill, New York, 1974.
- [39] Householder, A. S. *The Theory of Matrices in Numerical Analysis*. Dover, New York, 1975.
- [40] Isaacson, E. ; Keller, H. B. *Analysis of Numerical Methods*. John Wiley, New York, 1966.
- [41] Johnson, L. W. ; Riess, D. R. *Numerical Analysis*. Addison Wesley, Reading, Massachusetts, 1982.
- [42] Keller, H. B. *Numerical Methods for Two-Point Boundary Value Problems*. Blaisdell, London, 1968.
- [43] Kernighan, B. W. ; Ritchie, D. M. *The C Programming Language*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1978.
- [44] Knuth, D. E. *The Art of Computer Programming*. Addison Wesley, Reading, Massachusetts, 1969.
- [45] Lambert, J. D. *Computational Methods in Ordinary Differential Equations*. John Wiley, New York, 1979.

- [46] Linz, P. *Theoretical Numerical Analysis*. John Wiley, New York, 1979.
- [47] Milne, W. E. *Numerical Solution of Differential Equations*. Dover Publications, New York, 1970.
- [48] Ortega, J. M. *Numerical Analysis. A Second Course*. Academic Press, New York, 1972.
- [49] Ortega, J. M. ; Poole, W. G. *An Introduction to Numerical Methods for Differential Equations*. Pitman, Marshfield, Massachusetts, 1981.
- [50] Ortega, J. M. ; Rheinboldt, W. C. *Iterative Solution on Nonlinear Equations in Several Variables*. Academic Press, New York, 1970.
- [51] Papoulis, A. *Sistemas digitales y analógicos, transformada de Fourier, estimación espectral*. Marcombo, México, 1978.
- [52] Parlett, B. *The Symmetric Eigenvalue Problem*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1980.
- [53] Powell, M. J. D. *Approximation Theory and Methods*. Cambridge University Press, Cambridge, 1980.
- [54] Press, W. H. ; Flannery, B. P. ; Teukolsky, S. A. ; Vetterling, W. T. *Numerical Recipes*. Cambridge University Press, New York, 1986.
- [55] Quinney, D. *An Introduction to Numerical Solution of Differential Equations*. John Wiley, New York, 1985.
- [56] Ralston, A. *Introducción al análisis numérico*. Limusa-Wiley, México, 1970.
- [57] Ralston, A. ; Rabinowitz, P. *A First Course in Numerical Analysis*. McGraw-Hill, Auckland, 1978.
- [58] Ralston, A. ; Wilf, M. S. (editors). *Mathematical Methods for Digital Computers*, volume I i II. John Wiley, New York, 1960, 1967.
- [59] Rice, J. R. *Matrix Computations and Mathematical Software*. McGraw-Hill, Japan, 1983.
- [60] Rivlin, T. J. *An Introduction to the Approximation of Functions*. Dover Publications, New York, 1969.
- [61] Scheid, F. *Análisis numérico*. Schaum McGraw-Hill, México, 1968.
- [62] Schultz, M. *Spline Analysis*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1973.

- [63] Schwarz, H. R. *Métodos matemáticos para las ciencias físicas*. Selecciones Científicas, Madrid, 1969.
- [64] Schwarz, H. R. *Numerical Analysis. A Comprehensive Introduction*. John Wiley, New York, 1989.
- [65] Shampine, L. F. ; Gordon, M. K. *Computer Solution of Ordinary Differential Equations*. W. H. Freeman, San Francisco, 1975.
- [66] Smith, B. T. ; Boyle, J. M. ; Dongarra, J. J. ; Garbow, B. S. ; Ikebe, Y. ; Klema, V. C. ; Moler, C. B. *Matrix Eigensystem Routines EISPACK Guide*. Springer-Verlag, New York, 1976.
- [67] Snyder, M. A. *Chebyshev Methods in Numerical Approximation*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1966.
- [68] Spiegel, M. R. *Manual de fórmulas y tablas matemáticas*. McGraw-Hill, Colombia, 1970.
- [69] Stewart, G. W. *Introduction to Matrix Computations*. Academic Press, New York, 1973.
- [70] Stoer, J. ; Bulirsch, R. *Introduction to Numerical Analysis*. Springer-Verlag, New York, 1980.
- [71] Strang, W. G. *Linear Algebra and its Applications*. Academic Press, New York, 1980.
- [72] Stroud, A. H. *Approximate Calculation of Multiple Integrals*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1971.
- [73] Stroud, A. H. ; Secrest, D. *Gaussian Quadrature Formulas*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1966.
- [74] Szidarovsky, F. *Principles and Procedures of Numerical Analysis*. Plenum Press, 1978.
- [75] Todd, J. *Basic Numerical Mathematics*, volume I i II. Academic Press, Birkhuser Verlag, New York, 1977, 1979.
- [76] Traub, J. F. *Iterative Methods for the Solution of Equations*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1964.
- [77] Vandergraft, J. S. *Introduction to Numerical Computations*. Academic Press, New York, 1983.

-
- [78] Varga, R. S. *Matrix Iterative Analysis*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1962.
- [79] Wilkinson, J. H. *Rounding Errors in Algebraic Processes*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1963.
- [80] Wilkinson, J. H. *The Algebraic Eigenvalue Problem*. Clarendon Press, Oxford, 1965.
- [81] Wilkinson, J. H. ; Reinsch, C. *Handbook for Automatic Computation*, volume 2: Linear Algebra. Springer-Verlag, Berlin, 1971.
- [82] Young, D. M. *Iterative Solution of Large Linear Systems*. Academic Press, New York, 1971.
- [83] Young, D. M. ; Gregory, R. T. *A Survey of Numerical Mathematics*. Dover Publications, New York, 1988.

Llistat de rutines

A continuació presentem un llistat de totes les rutines que aparèixen en aquest llibre. S'especifica si són un programa principal (P), una subrutina (S) o una funció (F). També es detalla per a cada una d'elles, a quines altres rutines es criden i per quines són cridades.

Nom		Comentari	Pàg.
BACTERI	(P)	Exemple d'aproximació per mínims quadrats, utilitza la rutina SVD.	105
CIRCUIT	(P)	Exemple de resolució de sistemes lineals, utilitza les rutines DECOMP i SOLVE.	148
COLUMNNA	(P)	Exemple de càlcul de valors propis, utilitza les rutines ELMHES i HQR.	299
DECOMP	(S)	Descomposició LU per eliminació gaussiana, és utilitzada per CIRCUIT.	149
ELMHES	(S)	Transforma una matriu a matriu Hessenberg, és utilitzada per COLUMNNA.	300
EQSEGON	(P)	Càlcul de la solució de l'equació de segon grau.	39
FFT	(S)	Càlcul de la transformada discreta de Fourier per l'algorisme de Cooley-Tukey, és utilitzada per FFTEXEMP.	397
FFTEXEMP	(P)	Exemple de la transformada ràpida de Fourier, utilitza la rutina FFT.	395
FMIN	(F)	Càlcul del mínim d'una funció unimodal convinant el mètode de la raó àurea i la interpolació parabòlica, utilitza la rutina FUN de la pàg. 410, és utilitzada per FRESNEL.	411
FRESNEL	(P)	Exemple del càlcul del mínim d'una funció, utilitza la rutina FUN i FMIN.	410
FUN	(F)	Funció necessària per a ROMBERG.	187
F	(F)	Funció necessària per a ZEROAP.	239
FUN	(F)	Funció utilitzada per FMIN, utilitza la rutina ROMBERG8 i IFRESNEL.	410
FUN1	(F)	Funció necessària per a ROMBERG.	187

Nom	Comentari	Pàg.
HQR	(S) Mètode QR sobre una matriu Hessenberg, és utilitzada per COLUMNNA.	301
IFRESNEL	(F) Funció utilitzada per ROMBERG8.	411
PILAR	(P) Exemple d'integració numèrica, utilitza les rutines ROMBERG8, FUN i FUN1.	187
PIROLISI	(P) Exemple de la resolució d'una equació diferencial, utilitza les rutines REACTOR i RKF78.	356
POBLACIO	(P) Exemple d'interpolació per spline cúbica, utilitza les rutines SPLINE i SAVAL.	70
REACTOR	(S) Rutina utilitzada per RKF78.	358
RKF78	(S) Mètode Runge-Kutta-Fehlberg d'ordres 7 i 8 per a equacions diferencials, és utilitzada per PIROLISI.	358
ROMBERG8	(S) Càlcul de la integral d'una funció per un mètode de Romberg d'ordre vuit, utilitza les rutines FUN, FUN1 i IFRESNEL, és utilitzada per ROMBERG.	188
SAVAL	(S) Avaluació de la spline cúbica generada per SPLINE, és utilitzada per POBLACIO.	70
SOLVE	(S) Resolució del sistema d'equacions lineals descomposat per DECOMP, és utilitzada per CIRCUIT.	152
SPLINE	(S) Càlcul de la spline cúbica Forsythe, és utilitzada per POBLACIO.	68
SVD	(S) Càlcul dels valors singulars d'una matriu utilitzant una variant del mètode QR, és utilitzada per BACTERI.	106
VOLUM	(P) Exemple del càlcul del zero d'una funció, utilitza les rutines ZEROAP i FUN.	239
ZEROAP	(F) Càlcul del zero d'una funció combinant els mètodes de la bisecció, interpolació quadràtica inversa i secant, utilitza la rutina FUN, és utilitzada per VOLUM.	240

Glosari de símbols

$\|f\|_2$ norma euclidiana 76

$\|f\|_{2,w}$ norma euclidiana amb pes 76

$\|f\|_\infty$ norma infinit 76

$\|f\|_{\infty,w}$ norma infinit amb pes 76

Δx error absolut 16

$\Delta^k f(x_i)$ k -èssima diferència finita 57

ϵ èpsilon de la màquina 14

ϵ_x error relatiu 16

$\kappa(A)$ nombre de condició de la matriu A 128

μ_A unitat d'arrodoniment 17

μ_T unitat de truncament 17

$\Pi(r; \bar{h})$ polinomi d'estabilitat absoluta 328

$\rho(A)$ radi espectral de la matriu A 421

$\rho(\zeta), \sigma(\zeta)$ polinomis associats a un mètode lineal multipas 325

$\tau(x, h)$ error local de truncament 321

$\tau(h) = \max_{x \in [a, b-kh]} \|\tau(x, h)\|$ 322

$\tau_{n+k} = \tau(x_n, h)$ 328

B_J matriu d'iteració del mètode de Jacobi 135

B_{GS} matriu d'iteració del mètode de Gauss-Seidel 136
 B_ω matriu d'iteració dels mètodes de relaxació 139
 $E_n(f; X_m)$ error de l'aproximació Min-Max discreta 93
 $E_n(f; [a, b])$ error de l'aproximació Min-Max discreta 91
 $fl(x)$ flotant d' x 13
 $f[x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+j}, x_{i+j+1}]$ diferències dividides de Newton 51
 $h(t) \iff H(f)$ parella de transformades de Fourier 382
 $l_i(x)$ polinomis de Lagrange 49
 $O(a_n)$ ordre d'una successió 20
 $\text{Spec}(A)$ espectre de la matriu A 421
 $V(a)$ nombre de canvis de signe en el punt a d'una successió de polinomis 226

$E(\kappa)$ integral el·líptica de segona espècie completa ([1] cap. 17)
 $\text{erf}(x)$ funció error ([1] cap. 7)
 $F(a, b; c; x)$ funció hipergeomètrica ([1] cap. 15)
 J_n funció de Bessel ([1] cap 9)
 $K(\kappa)$ integral el·líptica de primera espècie completa ([1] cap. 17)
 $T_n(x)$ polinomis de Txebixev ([1] cap. 22)

\ll molt més petit que

\lesssim més petit o aproximadament igual a

$i = 1 \div n$ i és un nombre enter des de 1 fins a n

$\langle f, g \rangle$ producte escalar de les funcions f i g

δ_{ij} delta de Kronecker

$\text{diag}(a_1, \dots, a_n)$ matriu diagonal d'elements a_1, \dots, a_n

$I(x_0, x_1, x_2)$ interval més petit que conté els punts x_0, x_1, x_2

\mathcal{P}_n espai de polinomis de grau inferior o igual a n

\mathcal{R}_{mn} espai de funcions racionals de graus com a màxim m i n

$\text{sign}(x)$ funció signe d' x

$y(x; x_0, y_0)$ solució de l'equació diferencial $y' = f(x, y)$ amb condicions inicials
 $y(x_0) = y_0$

Índex alfabètic

- π , aproximació de 30,193
- $3/8$
 - fórmula dels 166
 - regla dels 168
- A-conjugats 406
- acceleració de la convergència 29,208
- Adams-Bashforth, mètode d' 222,336, 352
- Adams-Moulton, mètode d' 337,352
- Aitken, mètode d' 30,50,209,215
- algorisme
 - estable 10,11
 - inestable 10
 - numèricament 7
- amplitud de banda 399
- aproximació de funcions 3
 - contínua 76
 - convergència 85
 - discreta 76
 - exponencial 76
 - polinòmica 76
 - racional 76
 - trigonomètrica 76
- aproximació Min-Max 76,90
 - contínua 90,94
 - convergència de l' 91
 - existència de l' 90
 - polinòmica discreta 93
 - càlcul de l' 98
 - caracterització de l' 93
 - unicitat de l' 93
 - racional contínua 99
- aproximació Minim-Quadràtica 76,142, 415
 - polinòmica 86
 - contínua 87
 - discreta 88
- arrels d'un polinomi 8
 - càlcul de les 223
 - complexes 231
 - conjugades 232
 - positives 227
 - reals 224,225,227,231
- arrodoniment 13,16,17,23
 - algorisme d' 19
 - error d' 3,7,8,15,27,131,162
 - unitat d' 17
- autocorrelació 400
- Bairstow, mètode de 232
- banda limitada 383
- base
 - ortogonal 79
 - ortonormal 79
- Beattie-Bridgeman, equació de 238
- Bessel, funció de 33,42,65,72,154, 192,193,244,305
- Birge-Vieta, mètode de 228
- bisecció, mètode de la 199,208,263
- bloc de Jordan 418
- Brend, mètode de 210
- Broyden, mètode de 220

- Budan-Fourier, teorema de 227
- càlcul
- científic 2
 - d'inverses 119,126
 - de les arrels de polinomis 223-228, 231,232
 - del nombre de condició 138
 - del valor propi
 - més gran 263,268
 - més petit 266
- Cardan, mètode de 248
- cancel·lació 15
- algorisme amb 23
 - catastròfica 15
- Christoffel, nombres de 177
- coeficients de Fourier 427
- coma flotant
- conjunt de números en 12
 - divisió en 20
 - multiplicació en 20
 - operacions en 18
 - representació aritmètica en 12
 - suma en 18
- comparació, mètodes de 29
- condició d'ortogonalitat 173
- conjugat, A - 406
- conjunt
- de mesura nul·la 424
 - de números normalitzat 12
 - integrable 424
- consistència 322,324
- constant asimptòtica de l'error 206,218
- continuació, mètodes de 221
- control del pas d'un predictor-corrector 339
- convergència 322
- acceleració de la 29,208
 - cúbica 206
 - error de 3
 - factor de 136
 - lineal 206
 - ordre de 20,205
 - quadràtica 206
 - velocitat de 137
- convolució 400,425,429
- Cooley-Tukey, algorisme de 390
- correlació 400
- Côtes, nombres de 165
- Cramer, regla de 3,118
- Crout, mètode de 123,124
- Dahlquist, teorema de 325
- decimals correctes 16,208
- deflació 228,268
- de Householder 270
 - de Wielandt 268
- derivació interpolatòria 160
- Descartes, regla de 227
- descomposició
- en valors singulars 89,420
 - LU 121,276,419
 - QR 259,280,420
- desplaçament
- de l'origen 266,284,288
 - doble conjugat 285,288
- diferències dividides 51,54,57
- de Newton 51
- diferència finita 57,312,313
- dígits, nombre de 12,13
- Dirac
- distribució de 428,429
 - pinta de 428,429
- discretització, error de 3,321
- distribució 427
- regular 428
 - suport d'una 429
 - temperada 430

- distribució normal 400
divisió en coma flotant 20
doble desplaçament conjugat 285,288
Doolittle, mètode de 123,124,125
- eficiència 3,206,212
índex d' 213
element pivot 121
eliminació gaussiana 119,120,122
error de l' 129
èpsilon de la màquina 14
equacions normals 79,80,142
equació en diferències 312
lineal homogènea 313
- error
absolut 16,17
propagat 24
acumulació de l' 25
constant asimptòtica de l' 206,218
d'arrodoniment 3,7,8,15,27,131,
162
de convergència 3
de discretització 3,321
de mesura 7
de representació 7,17
de sobreiximent 12
de sotaeiximent 12
de truncament 3,7,16,162,163
del problema 7
endavant 10,25,26
enrera 10,11,26
humà 7
inicial 7
local 321
de truncament 321,337,341
propagació de l' 21
relatiu 16,17
propagat 24
espectre d'una matriu 421
- estabilitat 10,11,312,323,324
absoluta 327
d'un predictor-corrector 339
d'un Runge-Kutta 343
regió d' 329
asimptòtica 312
- estimació de l'error d'un predictor-co-
rrector 337,338
estimació de l'error d'un Runge-Kutta
341
- Euler, mètode d' 222,324
endarrera 319,329
endavant 318,329,334
modificat 340
- Euler, sèrie transformada d' 32
- Faber, teorema 59
- factor de
convergència asimptòtic 136
relaxació 139
- factorització
LU 121,276,419
QR 259,280,420
- FFT 390
- Fibonacci, successió de 315,404
- Fletcher i Reves, mètode de 409
- forma normal de Jordan 418
- fórmula de Lagrange 49
- fórmules compostes d'integració 167
- Forsythe, spline 62
- Fourier
coeficients de 85,427
sèrie de 84,427
truncada 84,85
transformada de 382,425
de distribucions 430
inversa 382
discreta 383,384,432
ràpida 390

- Francis, mètode de 280
 Fresnel, integral de 194
 funció
 $fl(x)$ 13
 aproximadora 76
 existència i unicitat de la 77
 densitat 400
 error 41,72,154,192,244,305,368,
 414
 el·líptica 43,154,245
 hipergeomètrica 43,72,192
 integrable 423
 localment 425
 negligible 424
 normal 100
 ortogonal 81
 ortonormal 81,86
 periòdica 385
 de banda limitada 385
 unimodal 402
- Gauss modificat, mètode 126
 Gauss-Hermite, integració de 180
 Gauss-Jordan, mètode de 126
 Gauss-Laguerre, integració de 179
 Gauss-Legendre, integració de 174,
 245
 Gauss-Seidel, mètode de 132,135
 Gauss-Txebixev, integració de 178
 Gerschgorin, teorema 251
 Givens
 mètode de 254,258
 reflexions de 291
 transformacions de 288
 Golub-Reinsch, mètode de 289
 gradient conjugat, mètode del 406
 Gram, polinomis de 83
 Gram-Schmidt, mètode d'ortogonalit-
 zació de 81
- grau de precisió 165
- Hermite
 interpolació de 59
 error en la 60
 polinomis de 180
 Hessenberg superior, matriu 254,260,
 261,274
- Heun
 fórmula de 341
 mètode de 320,325
- Hilbert, matriu de 10,80,155,262
 hipergeomètrica, funció 43,72,192
- Horner 213
 mètode de 28
- Householder
 deflació de 270
 matriu de 257,270,286,288
 mètode de 256
 transformacions de 257,270,286,
 288
- índex d'eficiència 213
- inestabilitat
 del problema 10
 numèrica de l'algorisme 7
- integrable
 conjunt 424
 funció 423
 localment 425
- integració 164
 gaussiana 172
 amb pes 177
- integrals el·líptiques 43,154,244
 integrals impròpies 171
- interpolació
 de Hermite 59
 directa, mètode d' 210
 exponencial 48
 inversa, mètode d' 210

- per splines cúbiques 156
- polinòmica 48
 - error en la 53,92
- racional 48
- trigonomètrica 48
- interval d'incertesa 403
- interval encaixats, mètodes d' 198
- inversa d'una matriu
 - càlcul de l' 119,126
- iteració simple, mètode d' 216

- Jacobi, mètode de 132,135,272
 - clàssic 272
 - cíclic 272
- Jordan, forma normal de 418

- Kirchoff, llei de 147,376
- Kronecker, delta de 49
- Kutta, regla de 341

- Lagrange
 - fórmula de 49
 - polinomi de 49,160
- Laguerre
 - mètode de 229
 - polinomi de 179
 - regla de 224
- Lanczos, mètode de 156
- Legendre, polinomi de 82,87,103,174,176,245
- lineal multipàs, mètode 319,323,325,329
 - explícit 319
 - implícit 319
- LR, mètode 276,280
- LU, factorització 121,276,419

- Maehly 100

- mantisa 12
- matriu
 - 2-cíclica 139
 - adjunta 417
 - conjugada 417
 - consistentment ordenada 139
 - de Householder 257,270,286,288
 - definida positiva 417
 - diagonal 417
 - diagonalitzable 418
 - hermítica 417
 - Hessenberg superior 417
 - ortogonal 417
 - simètrica 417
 - singular 417
 - trasposada 417
 - triangular superior 417
 - tridiagonal 417
 - unitària 417
- matrius semblants 418
- Mattson 100
- Meinardus, conjectura de 115
- mètode
 - compacte 123
 - de continuació 221
 - d'interval encaixats 198
 - d'iteració simple 216
 - del gradient conjugat 406
 - del punt fix 202
 - directe 119
 - eficiència del 3
 - estable 11
 - iteratiu 201,202
 - eficiència d'un 212
 - estimació de l'error d'un 204
- LR 276,280
- lineal multipàs 319
- òptim 326
- QR 280,290
 - implementació numèrica del 288

- mesura
 d'un conjunt 424
 error de 7
- Milne
 fórmula de 166
 regla de 169
- mínims quadrats 76,142,415
 polinòmics 86
 contínuus 87
 discrets 88
- model matemàtic 2,3,4
 aproximat 4
 solució del 3
- modulació d'amplitud 399
- moduladora 399
- Muller, mètode de 210
- Muller-Traub, mètode de 235
- multiplicació en coma flotant 20
- Neville, mètode de 50
- Newton
 progressiva, fórmula de 57
 regressiva, fórmula de 58
 diferències dividides de 51
 fórmula d'interpolació de 207
 fórmules de 51,54
 mètode de 101,201,202,204,206,
 208,210,211,212,213,214,219,
 222,228,229,261,263,346,348
 modificat 228
 regla de 225
- Newton-Côtes, fórmules de 165,166
- nombre de condició 24,127,128
 càlcul del 138
- norma
 consistent 421
 estricta 78
 euclidiana 80
 subordinada 421
- normalització, algorisme de 19
- normalitzat, conjunt de números 12
- Nyquist, freqüència crítica de 383
- Ohm, llei d' 147,375
- Ostrowski, teorema d' 217
- operacions en coma flotant 18
- optimització 402
- ordre 324
 d'una funció 21
 d'una successió 20
 de convergència 20,205
- ortogonal
 base 79
 funció 81
- ortogonalitat, condició d' 173
- ortogonalització de Gram-Schmidt, mètode d' 81
- ortonormal
 base 79
 funció 81,86
- overflow 12,36
- Padé, aproximació de 114
- paraula, longitud de la 14
- parella de transformades 382
- Parseval, identitat de 85,86
 extesa 85
- pas d'integració, elecció del 170
- pèndol invertit 372
- piròlisi de l'età 354
- pivotament
 parcial 121
 total 121
- Polak i Ribiere, mètode de 409
- polinomi
 arrels d'un 8,223
 complexes 231,232
 positives 227

- reals 224,226,228,231
- característic 314,321
- d'estabilitat absoluta 328
- de Gram 83
- de Hermite 180
- de Laguerre 179
- de Lagrange 49
- de Legendre 82,87,103,174,176, 245
- de Txeixev 55,80,92,102,103, 178
- interpolador 49,52,210
- ortogonal 81,173
 - arrels d'un 84
 - trigonomètric 427
- portadora 399
- potència, mètode de la 263,268
 - inversa 267
 - desplaçada 267
- precisió
 - d'un ordinador 14
 - grau de 165
- predictor-corrector 335,336,343
 - control del pas 339
 - estabilitat absoluta d'un 339
 - estimació de l'error d'un 337,338
- problema
 - de tres cossos 373
 - de valors
 - frontera 344
 - inicials 318
 - singulars 345
 - inestable 10
 - mal condicionat 24
 - sensible a les condicions inicials 8
- producte de convolució 400,425
 - de distribucions 429
- programació lineal 402
- propagació de l'error 21
- punt fix
 - teorema del 216
 - mètodes del 202
- q.p.t. 424
- QR
 - factorització 259,280,420
 - mètode 280,290
 - implementació numèrica del 288
- Quade, mètode de 350
- quasi per a tot 424
- raó auria 405
 - mètode de la 402
- Rayleigh, quocient de 265
- refinament iteratiu de la solució 137
- reflexions de Givens 291
- regió d'estabilitat absoluta 329
- Regula-Falsi, mètode de la 200,202,208
- residu 128
- Remes, algorisme de 100,116
- Richardson, extrapolació de 162,169
- Romberg, mètode de 169,184
- Runge, fenòmen 59,73
- Runge-Kutta, mètode 320,328,340,341, 343
 - d'ordre 4 321
 - estabilitat absoluta d'un 343
 - estimació de l'error d'un 341
 - explícit 320
 - implícit 320
- Runge-Kutta-Fehlberg, mètode 342
- Rutishauser, mètode de 276
- secant, mètode de la 202,207,210,213, 214
- Schmidt, mètode d'ortonormalització de 288
- Simpson
 - fórmula de 166
 - regla de 168

- sistema d'equacions lineals 406
 mal condicionat 128
 sobredeterminat 141
 sobreiximent, error de 12
 sobrerelaxació
 factor de 139
 mètodes de 138
 sotaeiximent, error de 12
 spline
 cúbica 60
 completa 62
 curvatura mínima 64
 error 63
 Forsythe 62
 interpoladora 61
 natural 60,62
 periòdica 74
 quadràtica 67
 Sturm, successió de 225,261
 construcció de la 226
 substitució cap al darrera 118,120
 substitució cap al davant 119
 suma en coma flotant 18
 suport d'una distribució 429
 sèrie de Fourier 84,85,427
 sèries, càlcul de 28
- Taylor mètode de
 directe 210
 invers 211,212
 tir mètode del
 paral·lel 347
 simple 345
 transformació
 de Givens 288
 de Householder 257,270,286,288
 transformada de Fourier 382,425
 de distribucions 430
 inversa 382
- discreta 383,384,432
 ràpida 390
 trapezi, mètode del 319
 trapezis
 fórmula dels 165,166
 regla dels 167,169
 traslació de l'origen 266,284,288
 tren d'impulsos 428
 truncament 13
 error de 3,7,16,162,163
 local 321,337
 unitat 17
 Txebixev
 mètode de 211,212
 polinomis de 55,80,92,102,103,178
 teorema de 90
 Txoleski, mètode de 125
- underflow 12,36
 unimodal, funció 402
 unitat
 d'arrodoniment 17
 de truncament 17
- Van-dermonde, determinant de 48
 Volterra 371
 valor propi 250,261,418
 més gran, càlcul del 263,268
 més petit, càlcul del 266
 valors
 frontera, problema 344
 singulars 289,420
 càlcul de 289
 descomposició en 89,420
 vector principal 419
 vector propi 250,261,263,268, 272,418
 velocitat de convergència 137
- Weddle, fórmula de 166

Weierstrass, teorema 77

Werner 100

Wielandt

 deflació de 268

 mètode de 267

xifres significatives 16,23

zero múltiple, càlcul d'un 214