



Sociedad, Ciencia y Tecnología

# Espirales y números

Dra. Selina Ponce Castañeda

En la vida diaria aparecen algunos números que continuamente son estudiados por los matemáticos. Uno de ellos es el número de oro, también conocido como la proporción o razón áurea. Es uno de los conceptos matemáticos que aparecen una y otra vez ligados a la naturaleza y el arte, compitiendo con el número (en popularidad y aplicaciones). La razón áurea está ligada al denominado rectángulo de oro y a la sucesión de Fibonacci. Aparece repetidamente en el estudio del crecimiento de las plantas, las piñas, la distribución de las hojas en un tallo, la formación de caracoles y, por supuesto, en cualquier estudio armónico del arte.

Aunque no fue hasta el siglo XX cuando la razón áurea recibió su símbolo,  $\phi$  (fi); su descubrimiento data de la época de la Grecia clásica (siglo V a. C.), donde era perfectamente conocido y utilizado en los diseños arquitectónicos, por ejemplo el Partenón, y en los escultóricos. Fue, seguramente, el estudio de las proporciones y de la medida geométrica de un segmento lo que llevó a los griegos a su descubrimiento.

El valor numérico de  $\phi$  es 1,61809887... y es un número irracional como  $\pi$  (3.1415926535...), es decir, un número con infinitas cifras decimales sin que exista una secuencia de repetición que lo convierta en un número periódico. Es imposible conocer todas las cifras de dicho número, al igual que  $\pi$ , y nos contentamos con conocer sólo unos cuantos dígitos, suficientes para la mayoría de sus aplicaciones.

Podemos encontrar la razón áurea en distintos seres que pueblan la naturaleza, entre ellos el hombre. Por ejemplo, los caracoles crecen en función de relaciones áureas, lo mismo que las piñas o las hojas que se distribuyen en el tallo de una planta. Las falanges de nuestra mano guardan esta relación, lo mismo que la longitud de la cabeza y su anchura.

Si tomamos un rectángulo áureo ABCD y le sustraemos el cuadrado AEFD, cuyo lado es el lado menor AD del rectángulo ABCD, resulta que el rectángulo EBCF es áureo. Si después a éste le quitamos el cuadrado EBGH, el rectángulo resultante HGCF también es áureo. Este proceso se puede reproducir indefinidamente, obteniéndose una sucesión de rectángulos áureos encajados que convergen hacia el vértice O de una espiral. Esta curva ha cautivado, por su belleza y propiedades, la atención de matemáticos, artistas y naturalistas. Se le llama también espiral equiangular o espiral geométrica. Jakob Bernoulli (1654-1705), fascinado por sus encantos, la llamó spira mirabilis, rogando que fuera grabada en su tumba.

La espiral logarítmica vincula a los rectángulos áureos gobierna el crecimiento armónico de muchas formas vegetales (flores y frutos) y animales (conchas de moluscos), donde la forma se mantiene invariante. El ejemplo más representativo es la concha del nautilus.

Los griegos llamaron simetría a la cadena de relaciones de ritmo armónico adoptado para el arte del espacio, tomando como modelo o medida al hombre. Euclides (325-265 a. C.), en su obra "Elementos", aporta la primera fuente documental importante



El ejemplo más representativo de la espiral logarítmica es la concha del nautilus.

## La Sucesión de Fibonacci y el número áureo

La sucesión de Fibonacci es una serie de números que crece progresivamente. Se encuentra presente en la naturaleza en plantas, animales e incluso en el ser humano. Un ejemplo de esta serie es el siguiente:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 ...

Es fácil ver que cada término es la suma de los dos anteriores. Pero existe entre ellos otra relación, el cociente entre cada término y el anterior se va acercando cada vez más al número áureo (1/1, 2/1, 3/2, 5/3, 8/5, 13/8, 21/13...). Independientemente de los números que encabezan la sucesión, las razones se aproximan más y más al número 1.61803... y su valor exacto es  $(1 + \sqrt{5})/2$ . Y se representa con el símbolo  $f$  (fi).

sobre la razón áurea, dedicando varias proposiciones a la división de una recta en media y extrema razón. Geométrica y algebraicamente es la partición asimétrica más lógica y más importante a causa de sus propiedades matemáticas y estéticas, razón por la cual fue llamada divina proporción, por el monje boloñés, Luca Paccioli (1445-1517). Es una fórmula matemática que permite adaptarse al hombre y humanizarla, lo que ha hecho su perennidad a través de los siglos. En los recién nacidos, el ombligo divide el cuerpo en dos partes iguales; en un cuerpo desarrollado normalmente, la relación entre la parte superior del cuerpo de la cabeza y el ombligo y entre ésta y la planta de los pies cumple la denominada media y extrema razón, propia de la razón áurea, es decir  $3.5 = 5.8$ . Vitruvio Pollione (siglo I d. C.) estableció una afinidad entre el hombre y las figuras geométricas, al descubrir que el hombre de pie con los brazos extendidos puede inscribirse en un cuadrado; si separa las piernas, puede inscribirse dentro de un círculo que tiene como centro el ombligo. Leonardo Da Vinci (1452-1519) realizó este dibujo para ilustrar el libro De Divina Proportione del matemático Lu-



La serie de Fibonacci se puede encontrar también en Botánica.

ca Paccioli, editado en 1509. En dicho libro se describen cuales han de ser las proporciones de las construcciones artísticas. En particular, Paccioli propone un hombre perfecto en el que las relaciones entre las distintas partes de su cuerpo sean las del dibujo adjunto. Resulta que la relación entre la altura del hombre y la distancia desde el ombligo a la mano corresponde a la razón áurea. En el cuerpo humano, la razón áurea aparece en muchas medidas: la relación entre las falanges de los dedos es la razón áurea; la relación entre la longitud de la cabeza y su anchura es también esta razón. El número de descendientes en cada generación de una abeja macho o zángano nos conduce directamente a la sucesión de Fibonacci y, por lo tanto, a la razón áurea.

Según se sabe, una vez inseminada la abeja reina por un zángano, aquella se queda en su colmena y ya no sale más, dedicándose a la puesta de huevos que ella misma va fecundando o no, dando origen así a abejas obreras, o bien reinas, en el primer caso y machos o zánganos en el segundo. Si observamos el árbol genealógico (figura 1) de un zángano, podemos ver como el número de

abejas en cada generación es uno de los términos de la sucesión de Fibonacci. La serie de Fibonacci se puede encontrar también en botánica. Así, por ejemplo, ciertas flores tienen un número de pétalos que suelen ser términos de dicha sucesión; de esta manera, el lirio tiene 3 pétalos, algunos ranúnculos 5 u 8; las margaritas y girasoles suelen contar con 13, 21, 34, 55 u 89.

La parte de la botánica que estudia la disposición de las hojas a lo largo de los tallos de las plantas se denomina Filotaxia. En la mayoría de los casos es tal que permite a las hojas una captación uniforme de la luz y aire, siguiendo, normalmente, una trayectoria ascendente y en forma de hélice.

Si tomamos la hoja de un tallo y contamos el número de hojas consecutivas (supongamos que son 'n') hasta encontrar otra hoja con la misma orientación, este número es, por regla general, un término de la sucesión de Fibonacci. Además, si mientras contamos dichas hojas vamos girando el tallo (en el sentido contrario a las manecillas del reloj, por ejemplo) el número de vueltas 'm' que debemos dar a dicho tallo para llegar a la siguiente hoja con la misma orientación resulta ser también un término de la sucesión. Pues bien, se llama "característica" o "divergencia" del tallo a la fracción m/n. En el olmo es 1/2, en el álamo 2/5, en el sauce llorón 3/8 y en el almendro 8/13.

Las "hojas" de una piña de pino tienen, por regla general, una característica de 5/8 o de 8/13, presentando propiedades similares las hojas de las lechugas, los pétalos de las flores, las ramas de las palmeras, el ficus, etc., ejemplos que se pueden comprobar fácilmente.

Correo electrónico:  
s\_ponce2002@yahoo.com



## El clima puede ser responsable de la calidad de los violines

J. R. Martínez Mendoza

Reza un dicho, que tiempos pasados fueron mejores. Si bien, no deja de ser un dicho que encierra cierta justificación a frustraciones o malos éxitos, no deja de tener su razón. Por ejemplo, los buenos ejecutantes de música ambicionan poseer instrumentos de calidad que logren el éxtasis en sus interpretaciones. Un buen piano, un excelente clarinete, acordeón y no se diga un buen violín, como el Stradivarius. Además sus precios lo dicen.



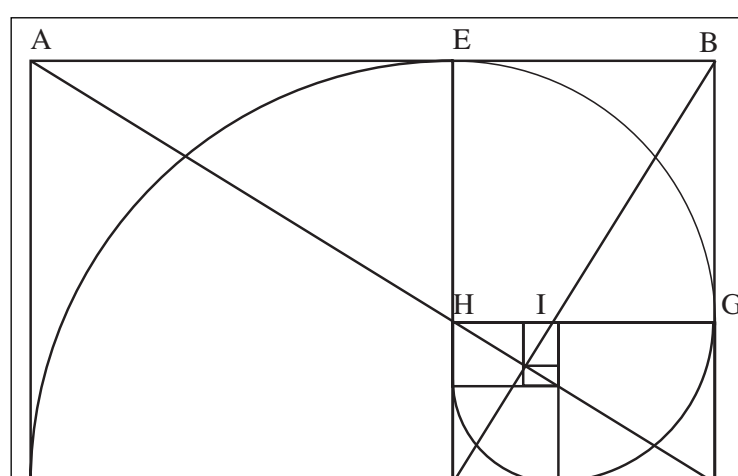
temperaturas que ha sido bautizado como "Pequeña Edad del Hielo", un período de frío intenso que afectó sobre todo a Europa Occidental. El citado Mínimo de Maunder puede verse claramente en los anillos de los troncos de los árboles que vivieron en esa época, por ejemplo, en los bosques de los Alpes europeos. Los largos inviernos y fríos veranos durante este período de 70 años produjeron madera de lento y regular crecimiento (anillos estrechos), propiedades muy deseables para la producción de instrumentos sonoros de gran calidad.

Antonio Stradivari de Cremona, Italia, quizá el más famoso de los constructores de violines, nació precisamente un año antes del comienzo del Mínimo de Maunder. Tanto él como otros fabricantes de la zona utilizaron la única madera disponible, la de los árboles que crecieron durante el Mínimo. Burckle y Grissino sugieren que la existencia de anillos estrechos en la madera no sólo hacía más fuertes los violines, sino que además incrementaba la densidad de la madera empleada.

El comienzo del Mínimo de Maunder habría coincidido además con el cenit de las habilidades de los constructores de violines de Cremona, lo cual aportó un mejor tono y brillo a los instrumentos.

Actualmente no existen las condiciones climáticas con las temperaturas que se produjeron en aquella época, y por tanto la madera que emplean los mejores constructores de violines no posee las mismas características.

Correo electrónico:  
flash@galia.fc.uaslp.mx



El rectángulo áureo muestra el crecimiento armónico de las formas.